11 તરંગો-I

1. પ્રવેશ :

બારમાં ધોરણમાં આપણે તરંગોનો પ્રાથમિક ખ્યાલ મેળવ્યો છે.

તરંગ એટલે માધ્યમમાં વિક્ષોભની ગતિ. વળી, તમે એ પણ જાણો છો કે વિક્ષોભ માધ્યમમાં જેમ જેમ પ્રસરણ પામતો જાય તેમ તેમ તેની હડફેટમાં આવતાં માધ્યમનાં કણો સ્થાનાંતર કે દોલન અનુભવતાં જાય અને વિક્ષોભના પ્રકાર અનુસાર માધ્યમમાં આકારો રચાય. આપણે તરંગના વર્ગીકરણ વિશે પણ અભ્યાસ કર્યો છે. વ્યવહારમાં તરંગો સાથે સંકળાયેલ અનેક ઘટનાઓ ભૌતિકશાસ્ત્રમાં ખૂબ જ અગત્યનું સ્થાન ધરાવે છે. પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં અને હવે પછીના બીજા પ્રકરણમાં આપણે તરંગોને વ્યાપક રીતે રજૂ કરવાની રીત તથા તરંગો સાથે સંકળાયેલ અમુક ઘટનાઓ અંગે વિચારીશું.

2. દોરી પર પ્રસરતા તરંગ માટેનું વિકલ સમીકરણ :

★ આ અભ્યાસનું મહત્ત્વ :

અત્યાર સુધી મહદ્‌અંશે આપણે હાર્મોનિક પ્રગામી તરંગો વિશે જ ચર્ચા કરી છે. આવા એક પારિમાણિક તરંગોના કિસ્સામાં તરંગની અસર હેઠળ આવતા કોઈ કણ x ના સ્થાનાંતર y ને સમય t ના વિધેય રૂપે sine કે cosine રૂપમાં રજૂ કરી શકાય છે. આવી સ્થિતિમાં દોરી જેવા માધ્યમમાં આવા તરંગને લીધે sine કે cosine વિધેયના વક્રો જેવો આકાર રચાય છે.

હવે પ્રશ્ન એ છે કે જો દોરી (આપણે અહીં દોરીના માધ્યમના સંદર્ભમાં ચર્ચા કરીશું.) આ પ્રસરતા તરંગના હાર્મોનિક પ્રકારનાં ન હોય તો તેમને બૈજિક સમીકરણ વડે રજૂ કરી શકાય ? હકીકતમાં આપણી પાસે કોઈ એવી યોજના હોવી જોઈએ કે જેથી ગમે તેવો આકાર રચતા તરંગની બૈજિક રજૂઆત મેળવી શકાય. દોરી પર પ્રસરતા તરંગનું વિકલ સમીકરણ પ્રસ્થાપિત કરીને અને તેના ઉકેલ મેળવીને આ ધ્યેય હાંસલ કરી શકાય છે. આ કારણથી જ તો આપણે પ્રસ્તુત લેખમાં દોરી પર પ્રસરતા તરંગ માટેનું વિકલ સમીકરણ પ્રસ્થાપિત કરીશું.

3. તરંગના વિકલ સમીકરણની તારવણી :

આકૃતિ (1) માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે કોઈ એક દોરી બે છેડેથી નિયમિત તણાવ Q સાથે બાંધેલી છે અને આ સ્થિતિમાં આકૃતિમાં દર્શાવેલ આકાર રચાય તેવું તરંગ ઉત્પન્ન કરેલું છે. વળી, આ તરંગ નિયમિત ઝડપથી દોરી પર પ્રસરણ પામે છે.

આકૃતિ (1, a) માં દર્શાવેલ આકારનો x અને $x + \Delta x$ વચ્ચે રહેલો નાનો ખંડ મોટો કરીને આકૃતિ (1,b) માં દર્શાવ્યો છે.

X–અક્ષ એ દોરીની સમતુલિત સ્થિતિ છે. દોરી (i) સંપૂર્ણપણે Flexible છે. અને (iii) તેના પર લાગતાં ગુરુત્વીય અને ઘર્ષણ બળો અવગણ્ય લીધાં છે. વળી, (iiii) અહીં વિચારેલ નાના ખંડનું લંબગત સ્થાનાંતર

નાનું લંબિત છે. તેથી આ ખંડ વડે X–અક્ષ સાથે અનુક્રમે ખંડના ડાબા અને જમણા છેડે રચાતા કોણ θ અને

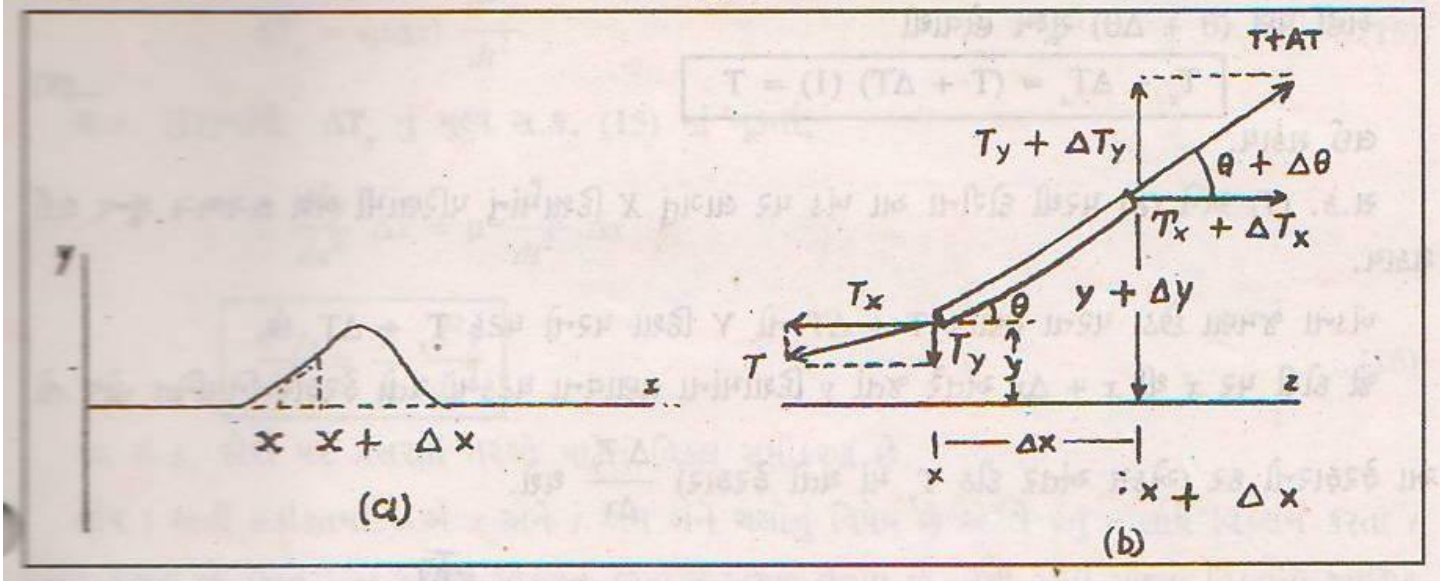


Fig. 1

θ + Δθ પણ નાના છે. સ્પષ્ટ જ છે કે આપણી ચર્ચા નાના કંપવિસ્તારવાળા તરંગોને જ લાગુ પડશે.

આપણને આ નાના ખંડના લંબગત સ્થાનાંતરની સ્થિતિમાં તેના પર લાગતા લંબગત (*Y*–દિશામાંના) બળમાં રસ છે. આ માટે આપણે આ ખંડના ડાબા અને જમણા છેડા પરના તણાવ T અને T + ΔT નો અનુક્રમે વિચાર કરીશું.

→ ખંડના ડાબા છેડે તણાવ T, જે આકૃતિમાં દર્શાવ્યું છે.

T ના X અને Y દિશામાંના ઘટકો અનુક્રમે T_x અને T_y ધ્યાનમાં લો.

$$T_x = T \cos \theta \quad ...(1)$$

અને $T_y = T \sin \theta$ ...(2)

અત્રે θ નાનો હોવાથી,

$$\cos \theta \approx 1 \quad ...(3)$$

તથા $\sin \theta \approx \tan \theta$ ...(4)

પરંતુ tan θ એટલે *x* પાસે ખંડનો ઢાળ $\left(\frac{dy}{dx}\right)$

$$\therefore \quad \tan \theta = \frac{dy}{dx} \quad ...(5)$$

સ.ક. (5) અને (4) નો સ.ક. (2) માં ઉપયોગ કરતાં,

$$\boxed{T_y = T \frac{dy}{dx}} \quad ....(6)$$

વળી, સમીકરણ (3) નો સ.ક. (1) માં ઉપયોગ કરતાં,

$$\boxed{T_x \approx T} \quad ...(7)$$

→ ખંડના જમણા છેડે તણાવ T + ΔT છે તેનો *X* દિશામાંનો ઘટક

$$T_x + \Delta T_x = (T + \Delta T) \cos(\theta + \Delta\theta)$$

અહીં પણ $(\theta + \Delta\theta)$ સૂક્ષ્મ હોવાથી

$$\boxed{T_x + \Delta T_x \approx (T + \Delta T)(1) \approx T} \quad \ldots(8)$$

લઈ શકાય.

સ.ક. (7) અને (8) પરથી દોરીના આ ખંડ પર લાગતું X દિશામાંનું પરિણામી બળ લગભગ શૂન્ય લઈ શકાય.

ખંડના જમણા છેડા પરના તણાવ $T + \Delta T$ નો Y દિશા પરનો ઘટક $T_y + \Delta T_y$ છે.

જો દોરી પર x થી $x + \Delta x$ અંતરે જતાં y દિશામાંના તણાવના ઘટકમાં થતો ફેરફાર નિયમિત હોય તો આ ફેરફારનો દર (એકમ અંતર દીઠ T_y માં થતો ફેરફાર) $\frac{\Delta T_y}{\Delta x}$ થશે.

જો $\Delta x \to 0$ હોય તો તણાવના y ઘટકમાં ફેરફારનો દર $\frac{dT_y}{dx}$ થાય.

$\therefore$ Δx અંતરમાં T_y માં થતો ફેરફાર

$$\Delta T_y = \frac{dT_y}{dx} \Delta x \quad \ldots(9)$$

પણ સ.ક. (6) પરથી, (x સાપેક્ષે વિકલન કરતાં)

$$\boxed{\frac{dT_y}{dx} = T \frac{d^2y}{dx^2}} \quad \ldots(10)$$

$\frac{dT_y}{dx}$ નું આ મૂલ્ય સ.ક. (9) માં મૂકતાં Δx અંતરમાં T_y માં થતો ફેરફાર,

$$\boxed{\Delta T_y = T \frac{d^2y}{dx^2} \Delta x} \quad \ldots(11)$$

અહીં ΔT_y આપણે વિચારેલ ખંડ ઉપર Y દિશામાં લાગતું પરિણામી બળ દર્શાવે છે.

જો આ બળને કારણે ઉદ્‌ભવતો Y દિશામાંનો પ્રવેગ a_y હોય તો,

$$\Delta T_y = \text{દળ} \times \text{પ્રવેગ} \quad \ldots(11a)$$

$\therefore$ $$\boxed{\Delta T_y = (\Delta m)\, a_y} \quad \ldots(12)$$

પરંતુ $$\Delta m = \mu \Delta x \quad \ldots(13)$$

જ્યાં μ = એકમ લંબાઈ દીઠ દોરીનું દળ

અને $$a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \quad \ldots(14)$$

(યાદ કરો કે સ્થાનાંતરનું સમય સાપેક્ષે દ્વિઘાત વિકલન પ્રવેગ આપે છે.)

સ.ક. (13) અને (14) નો ઉપયોગ કરતાં સ.ક. (11a) નીચે મુજબ લખી શકાય :

$$\Delta T_y = (\mu \Delta x) \frac{d^2y}{dt^2} \quad \ldots(15)$$

સ.ક. (11)માંથી ΔT_y નું મૂલ્ય સ.ક. (15) માં મૂકતાં,

$$T \frac{d^2y}{dx^2} \Delta x = \mu \frac{d^2y}{dt^2} \Delta x$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{T}{\mu} \frac{d^2y}{dx^2}} \quad \ldots(16)$$

આ સ.ક. દોરી પર પ્રસરતાં તરંગો માટેનું વિકલ સમીકરણ છે.

નોંધ : અહીં હકીકતમાં y એ x અને t એમ બંને ચલોનું વિધેય છે એટલે yનું x સાથે વિકલન કરતાં t અચળ લેવાય છે, અને y નું t સાથે વિકલન કરતાં x અચળ લેવાય છે. તેથી અહીં મળતાં વિકલનો આંશિક વિકલનો છે જેમને અનુક્રમે $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ અને $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ વડે દર્શાવવામાં આવે છે. આમ છતાં, આપણે સ.ક. (16) માં વાપરેલ સંકેત ચાલુ રાખીશું.

4. તરંગ ઝડપ :

સમીકરણ (16) ના ઉકેલો જરૂરી સંજોગો હેઠળ મેળવવાની રીતો છે, જેની ચિંતા હાલમાં તમારે કરવાની નથી, અભ્યાસો દર્શાવે છે તેમ આવા ઉકેલો, નીચેનાં વિધેયાત્મક સ્વરૂપોવાળાં હોય છે.

$$y = f(x \pm \sqrt{T/\mu}\ t) \quad \ldots.(17A)$$

પ્રગામી હાર્મોનિક તરંગનું આવું એક ખાસ સ્વરૂપ

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x \pm vt)$$

તો આપણે જાણીએ જ છીએ.

આ સ્વરૂપને સ.ક. (17A) સાથે સરખાવતાં તરંગનો વેગ,

$$\boxed{v = \sqrt{T/\mu}} \quad \ldots(17)$$

ઉદાહરણ : આપણી ઉપરોક્ત ચર્ચા નાના કંપવિસ્તારવાળા વ્યાપક સ્વરૂપના કોઈપણ એક પારિમાણિક તરંગને લાગુ પડી શકે છે. આમ છતાં પ્રગામી હાર્મોનિક તરંગ લઈને આપણે સ.ક. (16) તરત જ તારવી શકીએ છીએ.

પ્રગામી હાર્મોનિક તરંગ માટે,

$$y = A \sin(\omega t - kx) \quad \ldots(18)$$

જ્યાં k તરંગ સદિશ છે. $\left(k = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t - kx) \quad ...(19)$$

$$\frac{dy}{dx} = -kA \cos(\omega t - kx)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -k^2A \sin(\omega t - kx) \quad ...(20)$$

સ.ક. (19) ને સ.ક. (20) વડે ભાગતાં,

$$\frac{d^2y/dt^2}{d^2y/dx^2} = \frac{\omega^2}{k^2}$$

અથવા $$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{\omega^2}{k^2}\frac{d^2y}{dx^2}} \quad ...(21)$$

આ સ.ક. ને સ.ક. (16) સાથે, સ.ક. (17) ને ધ્યાનમાં રાખી સરખાવતાં,

$$v^2 = \frac{T}{\mu} = \frac{\omega^2}{k^2}$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{T/\mu} = \frac{\omega}{k}$$

સ.ક. (22) દર્શાવે છે કે,

યાદ રાખો :

ઝડપ $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{1}{T/2\pi}$

$$\therefore v = \frac{\omega}{k} \quad ...(22)$$

દોરી પર પ્રસરતા તરંગનો વેગ, તરંગ લંબાઈ કે કંપવિસ્તાર પર આધાર રાખતો નથી. તે તો માત્ર દોરીમાંના તણાવ અને એકમ લંબાઈ દીઠ દોરીના દળ પર આધાર રાખે છે.

બીજા શબ્દોમાં દોરી પર તરંગની ઝડપ એ દોરીના માધ્યમનો ગુણધર્મ છે.

આપેલ તણાવ (T) સાથે રાખેલી કોઈ સમાન દળ વિતરણવાળી દોરીમાંથી બધા જ કંપવિસ્તાર અને આવૃત્તિવાળા તરંગોના વેગ એકસરખા હોય છે.

ડ્રમ (નગારા)ના પટલના દોલનો

દોરી કે તાર ધરાવતા વાદ્યિંત્રોના ધ્વનિની પ્રબળતા પ્રમાણમાં તબલા કે ઢોલકના ધ્વનિની સરખામણીમાં ઓછી હોય છે. આનું કારણ એવું છે કે તાર કે દોરી સાથે હવાનો સંપર્ક ઢોલક કે તબલાના પટલના હવા સાથેના સંપર્ક કરતાં ઓછો હોય છે. તણાવ સાથે જડિત કરેલા પટલ પર દાંડી પીટતાં કે થાપી મારતાં સ્ટ્રક પોઈન્ટ પાસેથી પટલમાં દ્વિપારિમાણિક તરંગો ઉદ્ભવે છે અને પરિસિમા પાસે પહોંચી ત્યાંથી પરાવર્તન પામે છે. આમ, પટલમાં આપાત અને પરાવર્તિત તરંગોના સંપાતીકરણથી દ્વિપારીમાણિક સ્થિત તરંગો રચાય છે. આવા સ્થિત તરંગોમાં પ્રસ્પંદ કે નિસ્પંદ બિંદુઓને બદલે પ્રસ્પંદ અને નિસ્પંદ રેખાઓ મળે છે. જેમ, દોરીના કિસ્સામાં તરંગ સમીકરણ મેળવી શકાય છે તેમ પ્રસ્તુત કિસ્સામાં પણ દ્વિપરિમાણિક તરંગ સમીકરણ મેળવી શકાય છે. જરૂરી સિમા શરતોને આધિન એવા આ તરંગ સમીકરણના ઉકેલો બેસેલ વિધેય તરીકે ઓળખાતા વિધેયોના બીજોના રૂપમાં મેળવી શકાય છે અને તે અનુસાર આપેલ પરિસ્થિતિમાં મૂળભૂત આવૃત્તિ ઉપરાંત જુદા જુદા ઉચ્ચ હાર્મોનિક્સ મેળવી શકાય છે. અત્રે એ નોંધનીય છે કે ઉચ્ચ હાર્મોનિક્સની આવૃત્તિઓ મૂળભૂત આવૃત્તિના પૂર્ણગુણાંક રૂપે હોતી નથી. ઉદાહરણ તરીકે જો મૂળભૂત આવૃત્તિને f_1 વડે દર્શાવીએ તો બીજી શક્ય આવૃત્તિઓના મૂલ્યો 2.2945 f_1, 1.5933 f_1, 3.5985 f_1 વગેરે હોય છે. હકીકતમાં તબલચી જ્યારે થાપી

ચારીને ધ્વનિ ઉત્પન્ન કરે છે ત્યારે f_1 સાથે જુદા જુદા પ્રમાણમાં આવી આવૃત્તિઓ હાજર હોય છે. સંગીત ઉપરાંત વ્યવહારમાં પણ પટલોનો અભ્યાસ ઘણો અગત્યનો છે. ઉદાહરણ તરીકે લાઉડ સ્પીકરના પડદા, ટેલીફોન રીસીવરના પડદા, માઈક્રોફોનના પડદા વગેરેની ડિઝાઈનમાં પટલના દોલનોનો અભ્યાસ અગત્યનો છે.

5. સળિયામાંથી સંગત તરંગોનું પ્રસરણ :

Longitudinal wave

જો સળિયાના એક છેડા પર સંગત દોલનો ઉત્પન્ન કરવામાં આવે તો આ દોલન પ્રકારના વિક્ષોભની અસર સળિયાની લંબાઈ પર, સળિયાની એક વિભાગમાંથી બીજા વિભાગમાં પ્રસરતી આગળ વધે છે. આ ઘટનાને સળિયામાંથી સંગત તરંગનું પ્રસરણ કહે છે.

અહીં સળિયાના આડછેદો રચતા અનેક સ્તરો વિચારી શકાય. જ્યારે સળિયામાંથી તરંગ પસાર ન થતું હોય ત્યારે આ સ્તરો એકબીજાથી ચોક્કસ અંતરે રહેલાં હોવાનું વિચારી શકાય. હવે, સળિયાના એક છેડા પર ઉત્પન્ન કરેલ દોલન પ્રકારના વિક્ષોભો સળિયામાંથી પસાર થતા જાય ત્યારે સળિયાના ઉપર વિચારેલા સ્તરો ક્રમશઃ એક પછી એક આગળ વધતા વિક્ષોભોની અસર હેઠળ આવતા જાય છે અને આ સ્તરો વિક્ષોભોની અસર હેઠળ દોલનો કરતાં હોય છે.

ઉપર જણાવ્યાં તેવાં દોલનો દરમિયાન અમુક વિભાગોમાં અમુક ક્ષણે સ્તરો નજીક આવેલાં દેખાય છે. એટલે કે આ વિભાગોમાં સંઘનન રચાયેલાં હોય છે. જ્યારે તે જ ક્ષણે બે ક્રમિક સંઘનનો વચ્ચેના વિભાગના સ્તરો એકબીજાથી દૂર ધકેલાયેલાં માલૂમ પડે છે જ્યાં વિઘનનો રચાયા હોવાનું કહેવાય છે. આવી જ રીતે કોઈ વાયુ માધ્યમમાં (કે હવાના માધ્યમમાં) કે પ્રવાહી માધ્યમમાં પણ ધ્વનિ તરંગોના પ્રસરણ દરમિયાન સંઘનનો અને વિઘનનો રચાતા હોવાનું વિચારી શકાય.

આવી સ્થિતિમાં, સળિયાના કોઈ સૂક્ષ્મ લંબાઈના વિભાગને તરંગની ગેરહાજરીમાં અને પછી તરંગની હાજરીમાં જોવામાં આવે તો તરંગની હાજરીમાં તે વિભાગની લંબાઈ અને સળિયાના તે વિભાગના કોઈ એક છેડેથી અંતરમાં ફેરફાર થતો હોય છે.

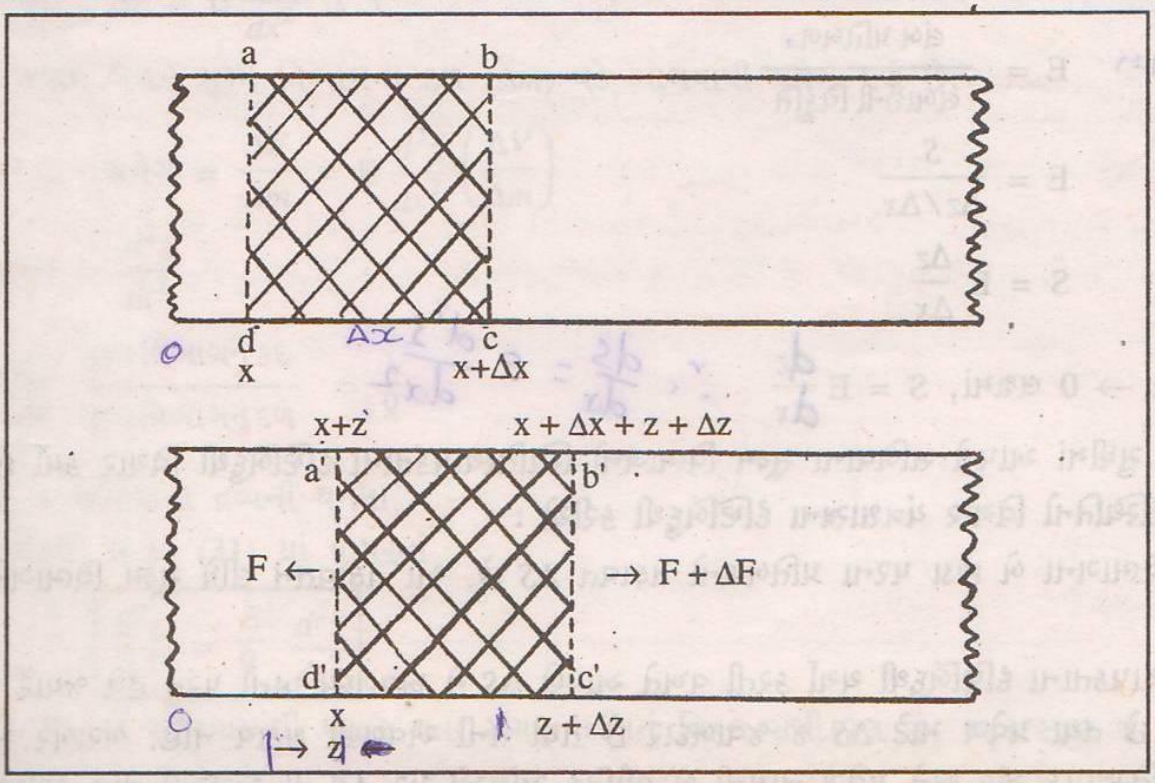


Fig. 2

આકૃતિ (2) માં Δx જેટલી સૂક્ષ્મ લંબાઈનો સળિયાનો નાનો વિભાગ $a\ b\ c\ d$ વડે દર્શાવ્યો છે. આ વિભાગ સળિયાના ડાબી બાજુના છેડાથી x અંતરે છે.

તરંગની હાજરીમાં કોઈ એક ક્ષણે ad સ્તર z જેટલું સ્થાનાંતર કરી $a'd'$ સ્થિતિમાં અને bc સ્તર $z + \Delta z$ જેટલું સ્થાનાંતર કરી $b'c'$ સ્થિતિમાં આવી ગયેલું દર્શાવ્યું છે. બીજા શબ્દોમાં Δx લંબાઈનો $abcd$ વિભાગ હવે સ્થાનાંતરિત થઈને $a'b'c'd'$ સ્થિતિમાં આવી ગયેલ છે. વળી, આ વિભાગની લંબાઈ હવે

$$(x + \Delta x + z + \Delta z) - (x + z) = \Delta x + \Delta z \text{ છે.}$$

એટલે કે તરંગની હાજરીમાં વિચારેલ ક્ષણે ધ્યાનમાં લીધેલ $abcd$ વિભાગની લંબાઈ Δx માંથી વધીને $\Delta x + \Delta z$ થાય છે.

$\therefore$ વિચારેલ વિભાગની લંબાઈમાં થતો વધારો $= \Delta z$ ...(23)

$$\therefore \quad \text{લંબાઈની વિકૃતિ} = \frac{\text{લંબાઈમાં થતો વધારો}}{\text{મૂળ લંબાઈ}}$$

$$= \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad \ldots(24)$$

જેવી રીતે દોરીના કિસ્સામાં તેના સૂક્ષ્મ વિભાગના લંબગત સ્થાનાંતર દરમિયાન બે છેડાઓ પર તણાવ બળ હોય છે. તેવી રીતે અહીં સળિયાના સૂક્ષ્મ સ્થાનાંતરિત વિભાગના બે છેડા પર બળ લાગતું હોય છે. આ બળો સળિયાના આડછેદને લંબરૂપે લાગતાં હોય છે. સ્થાનાંતરિત સ્થિતિમાં $a'd'$ છેડા પર લાગતું બળ F અને $b'c'$ છેડા પર લાગતું બળ $F + \Delta F$ આકૃતિ (2) માં દર્શાવેલ છે.

હવે આડછેદના એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ, આડછેદને લંબરુપે લાગતા બળને લંબપ્રતિબળ કહે છે. અહીં F બળને લીધે ઉદ્‌ભવતું લંબપ્રતિબળ $S = \frac{F}{A}$ છે. તથા $F + \Delta F$ બળને લીધે ઉદ્‌ભવતું પ્રતિબળ $S + \Delta S$ છે.

અહીં આપણે સળિયાના સૂક્ષ્મ વિભાગની વાત કરતાં હોવાથી તેના (સૂક્ષ્મ વિભાગના) બે છેડા પરના પ્રતિબળોનો તફાવત અવગણી શકાય એટલે કે આ વિભાગમાં પ્રતિબળ લગભગ S જેટલું લઈ શકાય.

$$E = \frac{\text{લંબ પ્રતિબળ}}{\text{લંબાઈની વિકૃતિ}}$$

$$\therefore \quad E = \frac{S}{\Delta z / \Delta x}$$

$$\therefore \quad S = E \frac{\Delta z}{\Delta x}$$

અને $\Delta x \to 0$ લક્ષમાં, $S = E \frac{dz}{dx}$ ....(25)

અત્યાર સુધીમાં આપણે સળિયાના સૂક્ષ્મ વિભાગનો સ્થિતિસ્થાપકતાના દૃષ્ટિબિંદુથી વિચાર કર્યો છે.

❑ હવે પરિસ્થિતિનો વિચાર યંત્રશાસ્ત્રના દૃષ્ટિબિંદુથી કરીએ :

સૂક્ષ્મ વિભાગના બે છેડા પરના પ્રતિબળનો તફાવત ΔS છે. આ તફાવતને લીધે સૂક્ષ્મ વિભાગને પ્રવેગ મળે છે.

સ્થિતિસ્થાપકતાના દૃષ્ટિબિંદુથી ચર્ચા કરતી વખતે આપણે ΔS ને અવગણ્યો હતો પરંતુ હવે જ્યારે પ્રવેગની ચર્ચા કરવી છે તથા પ્રવેગ માટે ΔS જ જવાબદાર છે તેથી તેની અવગણી શકાય નહિ. બરાબર સમજો કે આપણે સ્થિતિસ્થાપક અંક અને પ્રવેગ નામની બે ભૌતિક રાશિઓ પર ΔS ની અસરની વાત કરીએ છીએ.

હવે એવું જરૂર બની શકે કે કોઈ એક રાશિ એક ગુણધર્મ નક્કી કરવામાં બહુ અગત્યનો ભાગ ન ભજવતી હોય ત્યારે તે જ રાશિ કોઈ બીજો ગુણધર્મ નક્કી કરવામાં અગત્યનો ભાગ ભજવતી હોય તો પ્રથમ કિસ્સામાં તેને અવગણી શકાય પણ બીજા કિસ્સામાં તેને અવગણી શકાય નહિ.

જો એકમ અંતરદીઠ પ્રતિબળમાં થતો ફેરફાર એટલે કે પ્રતિબળના અંતર સાથેના ફેરફારના દરને $\frac{dS}{dx}$ વડે દર્શાવીએ તો,

$$\Delta S = \frac{dS}{dx} \cdot \Delta x \qquad ...(26)$$

સ.ક. (25) પરથી,

$$\frac{dS}{dx} = E \frac{d^2z}{dx^2} \qquad ...(27)$$

સ.ક. (27) માંથી $\frac{dS}{dx}$ નું મૂલ્ય સ.ક. (26) માં મૂકતાં,

$$\Delta S = E \frac{d^2z}{dx^2} \Delta x \qquad ...(28)$$

બંને બાજુ A (સળિયાના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ) વડે ગુણતાં,

$$A \Delta S = E \frac{d^2z}{dx^2} A \Delta x \qquad ...(29)$$

પરંતુ $A \Delta S$ = સૂક્ષ્મ વિભાગના બે છેડા પર લાગતા લંબ બળો અનુક્રમે $F + \Delta F = A(S + \Delta S)$ અને $F = AS$ વચ્ચેનો તફાવત $= \Delta F$.

વળી, $A \Delta x$ = વિચારેલ વિભાગનું કદ $= \Delta V$.

આ હકીકતો સ.ક. (29) માં વાપરતાં,

$$\Delta F = E \frac{d^2z}{dx^2} \Delta V \qquad ...(30)$$

અહીં મળતા બળને સૂક્ષ્મ વિભાગના દળ (Δm) વડે ભાગવાથી પ્રવેગ મળે છે.

$$\therefore \quad \text{પ્રવેગ} = \frac{\Delta F}{\Delta m} = E \frac{d^2z}{dx^2} \left(\frac{\Delta V}{\Delta m}\right) \qquad ...(31)$$

$$\text{પણ પ્રવેગ} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$\text{અને} \frac{\Delta V}{\Delta m} \frac{\text{સૂક્ષ્મ વિભાગનું કદ}}{\text{સૂક્ષ્મ વિભાગનું દળ}} = \frac{1}{\varrho}$$

જ્યાં ϱ = સળિયાના દ્રવ્યની ઘનતા,

આ હકીકતો સ.ક. (31) માં વાપરતાં,

$$\boxed{\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{E}{\varrho} \frac{d^2z}{dx^2}} \qquad ...(32)$$

સ.ક. (32) એ સળિયામાંથી પસાર થતા સંગત તરંગનું વિકલ સમીકરણ છે. અત્રે સ્પષ્ટ જ છે કે આ તરંગોનો વેગ,

$$v = \sqrt{E/\varrho} \qquad ...(33)$$

જ્યાં E = સળિયાના દ્રવ્યનો યંગ મોડ્યુલસ અને ϱ = સળિયાના દ્રવ્યની ઘનતા.

(નોંધ : અહીં સળિયાના દ્રવ્યનો સમોષ્મી યંગ મોડ્યુલસ વાપરવો જોઈએ.)

6. ~~વાયુમાં ધ્વનિનો વેગ~~ : તરલમાં સમતલ તરંગો :-

તરંગ વિષેના ધોરણ 12 ના અભ્યાસમાં આપણે જોયુ હતું કે માધ્યમનાં કોઈ એક કણનાં સ્થળાંતરને લીધે ઉત્પન્ન થતી અસર, માધ્યમના સ્થિતિસ્થાપકતાના ગુણધર્મ દ્વારા જ્યારે પાસેના બીજા કણ પર પહોંચે છે ત્યારે તરંગ એક કણ પરથી પાસેના બીજા કણ સુધી પ્રસરણ પામે છે, તેમ કહેવાય. દેખીતી રીતે જ માધ્યમના કણોના કંપનો માધ્યમની સ્થિતિસ્થાપકતા અને માધ્યમના જડત્વ ઉપર આધાર રાખે છે. આ દર્શાવે છે કે કોઈપણ સ્થિતિસ્થાપક માધ્યમમાં ધ્વનિનો વેગ, માધ્યમની સ્થિતિસ્થાપકતા અને જડત્વ ઉપર આધાર રાખતો હોવો જોઈએ.

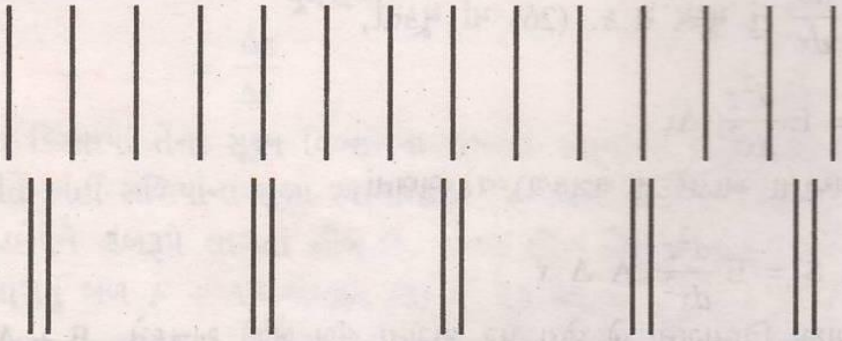


Fig. 3

ધ્વનિ પ્રસરણની આ આખીયે ઘટના સમજવા સારું આકૃતિ (3) માં, જ્યારે ધ્વનિનું પ્રસરણ ન થતું હોય તે વખતની, અને જ્યારે ધ્વનિનું પ્રસરણ થતું હોય તે વખતની માધ્યમના જુદા જુદા સમતલ સ્તરોની કોઈ એક ક્ષણે પરિસ્થિતિ દર્શાવી છે. જ્યારે ધ્વનિનું પ્રસરણ નથી થતું ત્યારે માધ્યમનાં સ્તરો એકબીજાથી સરખે અંતરે આવેલાં છે. પણ તરંગગતિ દરમિયાન માધ્યમના જુદા જુદા સ્તરોનું આકૃતિ (3) માં દર્શાવ્યા અનુસાર જુદું જુદું સ્થળાંતર થયેલું હશે. જે જગ્યાએ માધ્યમના સ્તરો એકબીજાની નજીક આવે છે (સંઘનન) તે જગ્યાએ દબાણમાં વધારો થાય છે અને જ્યાં આગળ સ્તરો એકબીજાથી નજીક આવે છે (સંઘનન) તે જગ્યાએ દબાણમાં વધારો થાય છે અને જ્યાં આગળ સ્તરો એકબીજાથી દૂર જાય છે, ત્યાં બધું કેમ અને કેવી રીતે બને છે તે સમજવા માટે આકૃતિ (4) માં ફક્ત બે સ્તરોની પરિસ્થિતિ દર્શાવી છે. ગણતરીમાં સુગમતા ખાતર ધારો કે, એકમ આડછેદવાળા નળાકારમાં એક સંગત તરંગ ધન X–દિશામાં ગતિ કરી રહ્યું છે.

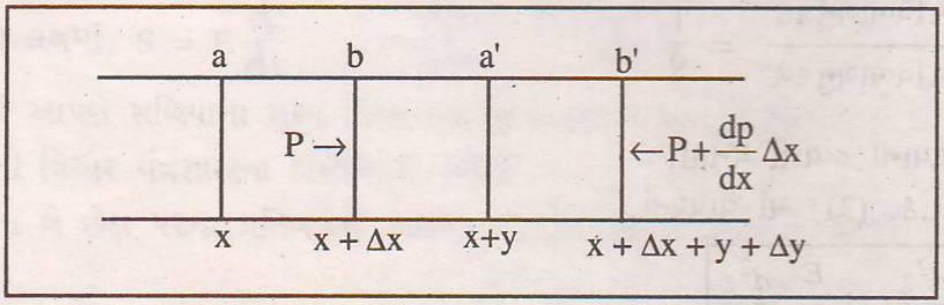


Fig. 4

જ્યારે સંગત તરંગ ગતિ ન કરતું હોય તે વખતે નળાકારમાંના બે સ્તરો a અને b ના અંતરો કોઈ મૂળ

બિંદુથી અનુક્રમે x અને $x + \Delta x$ છે. તરંગના પ્રસરણ દરમિયાનની કોઈ એક ક્ષણે સ્તર a અને b ની સ્થળાંતરિત સ્થિતિ a' અને b' થી દર્શાવી છે. ધારો કે સ્તર a નું સ્થળાંતર $aa' = y$ છે. વળી ધારો કે ધન X–દિશામાં બહુ જ થોડું અંતર કાપતાં સ્તરોનું સ્થળાંતર વધતું જાય છે. સ્તર a અને b વચ્ચેનું અંતર ઘણું જ ઓછું ($=\Delta x$) હોવાથી સ્થળાંતરનો આ વધારો અંતર સાથે રેખીય ગણી શકાય. જો ધન X- દિશામાં સ્થળાંતરના ફેરફારનો દર $\frac{dy}{dx}$ થી દર્શાવીએ, તો સ્તર b નું સ્થળાંતર $y + \frac{dy}{dx}\Delta x$ થશે: અને મૂળ બિંદુથી સ્થળાંતરની સ્થિતિમાં સ્તર a' અને b' ના અંતરો અનુક્રમે $x + y$ અને $x + \Delta x + y + \frac{dy}{dx}\Delta x$ થશે.

તરંગ ગતિના પરિણામે માધ્યમના બે સ્તર વચ્ચે બંધાયેલા કદમાં ફેરફાર થાય છે, અને માધ્યમના જુદાં જુદાં બિંદુઓ પાસેના દબાણમાં પણ ફેરફાર થાય છે. હવે નળાકારના આડછેદનું ક્ષેત્રફળ એક એકમ હોવાથી, તરંગ જ અસ્તિત્વમાં ન હોય, ત્યારે સ્તર a અને b વચ્ચે ઘેરાયેલા વાયુનું કદ

$$= (x + \Delta x) - x = \Delta x$$

તરંગ પ્રસરણ દરમિયાનની સ્થળાંતરિત સ્થિતિમાં આ બે સ્તરો (જે a' અને b' થી દર્શાવ્યાં છે) વચ્ચે ઘેરાયેલા વાયુનું કદ,

$$= \left(x + \Delta x + y + \frac{dy}{dx}\Delta x\right) - (x + y) = \Delta x + \frac{dy}{dx}\Delta x$$

$$\text{કદમાં થતો વધારો} = \left\{\Delta x + \frac{dy}{dx}\Delta x\right\} - \Delta x = \frac{dy}{dx}\Delta x$$

$$\therefore \quad \text{કદની વિકૃતિ} = \frac{\text{કદમાં થયેલો વધારો}}{\text{મૂળ કદ}}$$

$$= \frac{\frac{dy}{dx}\Delta x}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

હવે ધારા કે સ્તર a (હવે a') ઉપરના દબાણમાં થતો વધારો p જેટલો છે. જો દબાણમાં થતો વધારો X– દિશા સાથે રેખીય હોય, તો સ્તર b (હવે b') પર થયેલો દબાણનો વધારો $p + \frac{dp}{dx}\Delta x$ થશે. આ બન્ને દબાણો a' અને b' વચ્ચે ઘેરાયેલી હવા પર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે અસર કરતાં હોય છે. આ બંને બળો નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે અસરકારક બને છે.

(1) a' અને b' વચ્ચે ઘેરાયેલા વાયુ પર બન્ને બાજુથી લાગતાં સરખાં અને વિરુદ્ધ દિશામાંના દબાણો p અને p પ્રતિબળ રચે છે. આ પ્રતિબળને પરિણામે dy/dx જેટલી કદ વિકૃતિ ઉદ્ભવે છે.

(2) $\frac{dp}{dx}\Delta x$ જેટલો પરિણામી દબાણ વધારો b' થી a' દિશામાં લાગતો હોય છે. આના પરિણામે પુનઃસ્થાપક બળ ઉદ્ભવે છે. જે a' અને b' વચ્ચે ઘેરાયેલ વાયુનું કદ મૂળ જેટલું કરવા પ્રયત્ન કરે છે.

જો વાયુનો કદ સ્થિતિસ્થાપકતા અંક K હોય, તો

$$K = \frac{\text{પ્રતિબળ}}{\text{વિકૃતિ}} = -\frac{p}{dy/dx}$$

$$\therefore \quad p = -K\frac{dy}{dx}$$

વધેલું દબાણ કદ ઘટાડવાનો પ્રયત્ન કરે છે તેથી ઋણ ચિન્હ મૂકેલું છે.

હવે પુનઃસ્થાપક બળ $= \frac{dp}{dx}\Delta x$

આ સૂત્રમાં p ની કિંમત મૂકતાં,

$$\therefore \quad \text{પુનઃસ્થાપક બળ} = \frac{d}{dx}\left(-K\frac{dy}{dx}\right)\Delta x = -K\frac{d^2y}{dx^2}\Delta x$$

જો વાયુની ઘનતા ϱ હોય તો, આપણે ગણતરીમાં લીધેલા વાયુનું દળ $= \varrho \cdot \Delta x$ થશે. આથી ન્યૂટનના દ્વિતીય નિયમ અનુસાર b' થી a' તરફ લાગતું બળ.

$= \varrho \cdot \Delta x\left(-\frac{d^2y}{dt^2}\right)$ થશે. જ્યાં $-\frac{d^2y}{dt^2}$, એ b' થી a' તરફનો તત્કાલીન પ્રવેગ છે.

આથી ગતિનું સમીકરણ નીચે પ્રમાણે થશે.

$$-K\frac{d^2y}{dt^2}\Delta x = \varrho \cdot \Delta x\left(-\frac{d^2y}{dt^2}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{K}{\varrho}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}$$

આ સમીકરણને તરંગગતિના પ્રમાણભૂત સમીકરણ

$$\frac{d^2y}{dt^2} = v^2\frac{d^2y}{dx^2} \text{ સાથે સરખાવતાં } v^2 = \frac{K}{\varrho}$$

$$\therefore \quad \boxed{v = \sqrt{K/\varrho}} \qquad \text{....(33A)}$$

સમીકરણ (33A) વાયુમાં ધ્વનનિનો વેગ દર્શાવે છે. ધ્વનિનો વેગ ધ્વનિની પોતાની કોઈ આગવી વિશિષ્ટતા પર આધાર રાખતો નથી ધ્વનિનો વેગ માધ્યમ નક્કી કરે છે.

ઉપરોક્ત ચર્ચામાં આપણે સમતલ સ્તરોની કલ્પના કરેલી છે અને તેથી સમતલ ધ્વનિ તરંગની કલ્પના કરેલી છે. આ જ સ્થિતિમાં આપણે ગોળાકાર ધ્વનિ તંરગોની કલ્પના કરી શકત ખરા ? ગોળાકાર માધ્મય ધારીને, ગોળાકાર સ્તરોની કલ્પના કરીને ઉપરોક્ત આખી ઘટનાનું વિશ્લેષણ કરી શકાય ?

7. ન્યૂટનનું સૂત્ર :

ન્યૂટને ધાર્યું કે વાયુમાં ધ્વનિના પ્રસરણની ઘટના સમતાપી છે. આ સ્થિતિમાં વાયુ બોઈલના નિયમને અનુસરે છે. આથી આપેલા દળના વાયુના કદ અને દબાણ અનુક્રમે v અને p હોય, તો

$$pv = \text{અચળ}$$

વિકલન કરતાં,

$$p \cdot dv + v \cdot dp = 0$$

$$\therefore \quad p = -\frac{dp}{dv/v} = \frac{\text{દબાણમાં ફેરફાર}}{\text{કદ વિકૃતિ}} = K$$

K ની આ કિંમત સ.ક. (33A) માં મૂકતાં

$$\therefore \quad v = \sqrt{p/\varrho} \qquad \ldots(33, B)$$

આ સૂત્ર ન્યૂનટનું ધ્વનિના વેગ માટેનું સૂત્ર કહેવાય છે. શૂન્ય અંશ સેન્ટિગ્રેડ તાપમાને, હવા માટે

$p = 76 \times 13.6 \times 981$ ડાઈન્સ / (સેમી)^2

$\varrho = 0.00129$ ગ્રામ / (સેમી)^3

$$\therefore \quad v = \sqrt{76 \times 13.6 \times 981 / 0.00129} = 280 \text{ મી/સે.}$$

સૈદ્ધાંતિક રીતે ગણેલો આ વેગ, પ્રાયોગિક રીતે મળતા વેગ (332 મી/સે.) કરતાં ઓછો છે. આ ખામીને લીધે ન્યૂટનનું સૂત્ર સ્વીકાર્ય બનતું નથી.

જો કે, ન્યૂટનને પોતના સૂત્રમાં રહેલી લગભગ 16% જેટલી ત્રુટિ સમજાવવાનો નીચે પ્રમાણે પ્રયત્ન કર્યો હતો, p અને ϱની ખામી ભરેલી કિંમતો લગભગ 12% જેટલી ત્રુટિ ઉપજાવે છે. આ ત્રુટિ સમજાવતાં ન્યૂટનને જણાવ્યું કે વાયુના અણુઓ, ધ્વનિએ ગતિ દરમિયાન કાપેલ અવકાશનો $\frac{1}{8}$ જેટલો જ ભાગ રોકે છે. વાયુના અણુઓએ રોકેલ અવકાશમાંથી ધ્વનિ ઝડપથી પસાર થાય છે પણ તેને અણુઓ વચ્ચેના આંતર અવકાશમાંનું અંતર કાપતાં સમય લાગે છે. વધારામાં તેણે જણાવ્યું કે વાયુમાં રહેલી પાણીની બાષ્પ ધ્વનિના પ્રસરણમાં કંઈ ભાગ ભજવતી નથી. ઉપરોક્ત ધારણાઓને આખરે ન્યાયયુક્ત ઠરાવી શકાઈ નહીં, અને છેવટે લાપ્લાસે સાચી સમજૂતી રજૂ કરી.

8. લાપ્લાસનો સુધારો :

ન્યૂટનના સૂત્રમાં રહેલી ઉપરોક્ત ખામી દૂર કરવા લાપ્લાસે જણાવ્યું કે ધ્વનિના પ્રસરણ માટે જ્યાં સંઘનન થાય છે તે ભાગનું તાપમાન વધે છે અને જ્યાં વિઘનન રચાય છે તે ભાગનું તાપમાન ઘટે છે. આથી માધ્યમના દરેક બિંદુઓના તાપમાનો સ્થિર રહેતાં નથી. વળી, સંઘનન વખતે માધ્યમના સંઘનન અનુભવતા ભાગમાં ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે. પણ ઉત્પન્ન થયેલી આ ઉષ્મા વાતાવરણમાં જતી રહે તે દરમિયાનમાં તો, સંઘનન અને વિઘનનની ઝડપી પ્રક્રિયાને પરિણામે, વિઘનન રચાઈ જાય છે. અને સંઘનનને લીધે ઉત્પન્ન થયેલી ઉષ્મા વિઘનન દ્વારા શોષાઈ જાય છે. વાયુઓની પ્રમાણમાં ઓછી ઉષ્માવાહકતા પણ ઉપરોક્ત ઘટનાની તરફેણમાં કાર્ય કરે છે. આથી વાયુમાં ધ્વનિના પ્રસરણની ઘટના સમતાપી નહીં, પરંતુ સમોષ્મી હોય છે. આથી ન્યૂટનના સૂત્રમાં વાયુનો સમતાપી સ્થિતિસ્થાપકતા અંક નહીં પણ સમોષ્મી સ્થિતિસ્થાપકતા અંક વાપરવો જોઈએ.

સમોષ્મી ઘટનામાં,

$$pv^\gamma = \text{અચળ}$$

જ્યાં γ વાયુની અચળ દબાણે વિશિષ્ટ ઉષ્મા (C_p) અને અચળ કદે વિશિષ્ટ ઉષ્મા (C_v) નો ગુણોત્તર છે. વિકલન કરતાં,

$$p\gamma v^{\gamma-1}\, dv + v^\gamma\, dp = 0$$

$$\therefore \quad p\gamma dv + v \cdot dp = 0$$

$$\therefore \quad \gamma p = -\frac{dp}{dv/v} = K$$

સ.ક. (33A) માં K ની આ કિંમત મૂકતાં,

$$v = \sqrt{\gamma p}/\rho$$

આ સૂત્રને લાપ્લાસનું સૂત્ર કહે છે.

$\gamma = 1.41$ લેતાં, સ.ક. (33,C) થી ગણેલો ધ્વનિનો વેગ 331.6 મી/સે. જેટલો આવે છે. આ કિંમત પ્રાયોગિક કિંમતની નજીક છે.

અત્રે એ યાદ આપવું આવશ્યક છે કે γ નક્કી કરવાની ખૂબ જ સચોટ રીતમાં ધ્વનિનો વાયુમાં વેગ માપવામાં આવે છે અને ઉપરોક્ત સૂત્રનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

સામાન્ય તાપમાને હવામાં ધ્વનિનો વેગ 740 માઈલ્સ/કલાકનો હોય છે. આધુનિક વાહનવ્યવહારમાં આટલી ઝડપ કરતાં વધારે ઝડપ ધરાવતાં વિમાનો અગત્યનું સ્થાન ધરાવે છે. જો ધ્વનિ ઉદ્‌ભવસ્થાન પોતે જ ધ્વનિના વેગ કરતાં વધારે વેગથી ગતિ કરતું હોય, તો ઉત્પન્ન થતાં ધ્વનિના તરંગો સામાન્ય ધ્વનિ તરંગો કરતાં જુદાં પડે છે. આવા ધ્વનિ તરંગોને "સુપર સોનિક્સ" કહે છે. આગળ ઉપર આપણે તેનો વિગતવાર અભ્યાસ કરીશું.

9. પ્રગામી તરંગ વડે માધ્યમમાં ઊર્જાનું પ્રસરણ :

આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે માધ્યમમાંથી પ્રગામી તરંગ પસાર થાય છે ત્યારે માધ્યમનો દરેક વિભાગ પોતાના સમતુલિત સ્થાને અનુલક્ષીને દોલનો કરે છે. તરંગની અસર હેઠળ સ્થાનાંતરિત થતો (કે દોલિત થતો) દરેક વિભાગ તરંગ પ્રસરણની દિશામાં રહેલા પોતાના પડોશી વિભાગ પર બળ (અથવા તણાવ બળ) લગાડે છે. અને તેથી તે વિભાગ પણ સ્થાનાંતર અનુભવે છે. આ હકીકત સમજવા માટે આકૃતિ (5) માં દોરીમાંથી

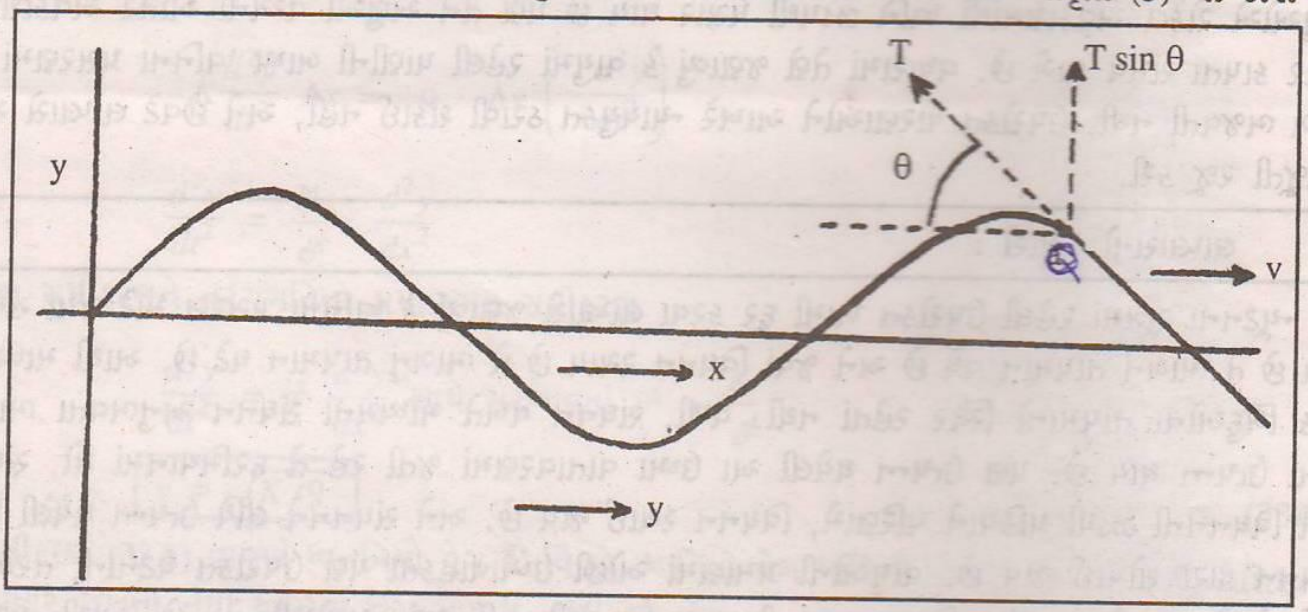


Fig. 5

પસાર થતાં હાર્મોનિક પ્રગામી તરંગને લીધે દોરીની કોઈ ક્ષણે આકાર લેતી સ્થિતિ દર્શાવી છે. અહીં દોરીનો સિમિત ભાગ જ દર્શાવ્યો છે.

અહીં તરંગો ધન X દિશામાં પ્રસરણ પામે છે. Q બિંદુ પાસે ધ્યાન કેન્દ્રિત કરો. Q પાસેનો ડાબી બાજુ તરફનો નાનો વિભાગ સ્થાનાંતરિત થાય છે ત્યારે તે વિભાગ Q ની જમણી બાજુના નાના વિભાગ (જેને ઘાટી રેખા વડે દર્શાવ્યો છે.) પર બળ લગાડે છે અને આ બળની અસર હેઠળ આ નાના વિભાગનું સ્થાનાંતર થાય છે. બીજા શબ્દોમાં Q ની ડાબી બાજુ વડે ઉદ્‌ભવતા બળની અસર હેઠળ Q ની જમણી બાજુના વિભાગનું સ્થાનાંતર થતાં Q ની ડાબી બાજુનો વિભાગ Q ની જમણી બાજુના વિભાગ પર કાર્ય કરે છે. આ કાર્ય જેટલી ઊર્જા Q ની ડાબી બાજુ પરથી Q ની જમણી બાજુ પર પ્રસરણ પામે છે તેમ કહેવાય.

Qની ડાબી બાજુના સૂક્ષ્મ વિભાગ વડે Q ની જમણી બાજુ પરના સૂક્ષ્મ વિભાગ પર લાગતો તણાવ આકૃતિ

(5) માં દર્શાવ્યા અનુસાર T છે. આ તણાવનો ઊર્ધ્વ દિશામાંનો ઘટક T sin θ, Q ની જમણી બાજુના સૂક્ષ્મ વિભાગના ઊર્ધ્વ સ્થાનાંતર માટે જવાબદાર છે.

જો Q પાસે **દોલન ગતિમાં** વેગ $v_1 = \frac{\Delta y}{\Delta t}$

હોય તો Q પાસેના જમણી બાજુના સૂક્ષ્મ વિભાગે Δt સમયમાં કરેલું સ્થાનાંતર,

$$\Delta y = v_1 \Delta t = \frac{\Delta y}{\Delta t}\ \Delta t \qquad ...(34)$$

$\therefore$ આ સૂક્ષ્મ વિભાગ પર Δt સમયમાં થતું કાર્ય,

ΔW = બળ × સ્થાનાંતર

$= (T \sin \theta)\ \Delta y$

$$\therefore \quad \Delta W = T \sin \theta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \cdot \Delta t \qquad ...(35)$$

આથી એકમ સમયમાં થતું કાર્ય એટલે કે સરેરાશ પાવર

$$< P > = \frac{\Delta W}{\Delta t} = (T \sin \theta)\ \frac{\Delta y}{\Delta t} \qquad ...(36)$$

અહીં સ.ક. (36) બિંદુ Q પાસે t સમયે Δt સમયગાળામાં સરેરાશ પાવર દર્શાવે છે. આથી t સમયે Q પાસે તત્કાલિન પાવર,

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$= \frac{dW}{dt} = T \sin \theta\ \frac{dy}{dt}$$

$$\therefore \quad P = (T \sin \theta)\ \frac{dy}{dt} \qquad ...(37)$$

ધારો કે વિચારેલ હાર્મોનિક તરંગનું સમીકરણ

$$y = a \sin (\omega t - kx)$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dt} = a\omega \cos (\omega t - kx) \qquad ...(38)$$

વળી, $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{dy}{dx}$ અને $\frac{dy}{dx} = ak \cos (\omega t - kx)$ ...(39)

$$\therefore \quad \sin \theta \approx + ak \cos (\omega t - kx) \text{ (મૂલ્યમાં)} \qquad ...(40)$$

સ.ક. (40) માંથી sin θ નું મૂલ્ય અને સ.ક. (38) માંથી $\frac{dy}{dt}$ નું મૂલ્ય સ.ક. (37) માં મૂકતાં, તત્કાલિન પાવર

$$P = T \{ak \cos (\omega t - kx)\} \cdot \{a\omega \cos (\omega t - kx) \qquad ...(41)$$

$$\boxed{P = a^2 \omega k\ T \cos^2 (\omega t - kx)} \qquad ...(42)$$

સામાન્ય રીતે પ્રગામી હાર્મોનિક તરંગોના કિસ્સામાં sine કે cosine વિધેયોના એક આવર્ત જેટલા સમયગાળા પર પાવરનું સરેરાશ મૂલ્ય મેળવવામાં આવે છે. અને તેને સરેરાશ પાવર કહે છે.

હવે, સ.ક. (42) માં ($a^2 \omega k T$) સમય પર આધારિત નથી. તેથી સરેરાશ પાવર મેળવવા માટે $\cos^2 (\omega t - kx)$ નું એક આવર્તકાળના ગાળા ($t = 0$ થી $t = T$) પર સરેરાશ મેળવવું જોઈએ.

હવે, $\cos^2(\omega t - kx) > = \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t - kx)\cdot dt$

આ સંકલનનું મૂલ્ય દર્શાવે છે કે,

$$< \cos^2(\omega t - kx) > = \frac{1}{2} \quad ...(43)$$

સ.ક. (43) નો ઉપયોગ સ.ક. (42) માં કરી સરેરાશ પાવર મેળવતાં,

$$\boxed{P_{av} = \frac{1}{2} a^2 \omega k T} \quad ...(44)$$

$\frac{\omega}{k} = v$ (તરંગનો વેગ) $\quad \therefore \quad \frac{\omega}{v} = k$

k નું મૂલ્ય સ.ક. (44) માં મૂકતાં,

$$\boxed{P_{av} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{v} \omega^2 a^2} \quad ...(45)$$

સ.ક. (45) દર્શાવે છે કે પાવરનું મૂલ્ય કંપવિસ્તાર અને આવૃત્તિના વર્ગના સમપ્રમાણમાં છે. વળી આ સમીકરણ દર્શાવે છે કે પ્રગામી હાર્મોનિક તરંગો દોરી પરથી જ્યારે પસાર થતાં હોય છે ત્યારે દોરીના દરેક વિભાગ પાસેથી એકમ સમયમાં $P_{av} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{v} \omega^2 a^2$ જેટલી ઊર્જાનું વહન થાય છે.

દાખલાઓ

દા. 1 એક દોરીને છેડે 5 ગ્રામ પદાર્થ લટકાવીને તેમાંથી હાર્મોનિક તરંગ પસાર કરવામાં આવે છે. આ વખતે સમક્ષિતિજ દિશા સાથે 60° નો ખૂણો બનાવતી દિશામાં તણાવબળ લાગે છે અને .01 sec માં તેનું સ્થાનાંતર 0.01 cm જેટલું થાય છે. તો તે દરમ્યાન થતું કાર્ય શોધો અને સરેરાશ પાવરનું મૂલ્ય શોધો. g = 980 cm/sec².

ΔW કાર્ય = બળ × સ્થાનાંતર

$= mg \sin\theta \times \Delta y$

$= 5 \times 980 \times \sin 60 \times .01$

ΔW = 42.435 અર્ગ.

હવે એકમ સમયમાં થતા કાર્યને પાવર કહે છે.

$\therefore$ સરેરાશ પાવર $P_{ave} = \frac{dW}{dt}$

$= \frac{42.435}{.01}$

= 4243.5 અર્ગ/સેકન્ડ

દા. 2 એક દોરીને છેડે 100 g દળ લટકાવી 400 Hz આવૃત્તિવાળા હાર્મોનિક પ્રગામી તરંગો પસાર કરવામાં આવે છે. આ તરંગોનો વેગ 400mt/sec અને કંપવિસ્તાર 3 cm હોય તો સરેરાશ પાવરનું મૂલ્ય શોધો.

સરેરાશ પાવર $P_{av} = \frac{1}{2}\frac{T\omega^2 a^2}{v}$

$\omega = 2\pi f$, $T = mg$, a = કંપવિસ્તાર = 3 cm અને વેગ v = 400 mt/sec

$$= \frac{1}{2} \times \frac{100 \times 10^{-3} \times 4\pi^2 \times 400 \times 400 \times (0.03)^2 \times 9.8}{400}$$

$$= 2\pi^2 \times 9 \times 10^{-4} \times 400 \times 100 \times 10^{-3} \times 9.8$$

= 6.956 જૂલ/સેકન્ડ.

દા. 3 જો દોરીમાં પ્રસરતા તરંગ નો વેગ 60 cm / sec હોય ત્યારે તેમાં ઉત્પન્ન થતું તણાવ બળ શોધો.

એકમ લંબાઈની દોરીનું દળ = 0.06 gm / cm છે. તરંગનો વેગ v = 60 cm/sec (May – 1999)

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ જ્યાં v = વેગ, T = તણાવ

μ = એકમ લંબાઈ દીઠ દોરીનું દળ

$v^2 = T/\mu$

$\therefore \quad T = v^2\mu = 60 \times 60 \times .06$

$$= 3600 \times \frac{6}{100}$$

T = 216 dyne

દા. 4 જો દોરી પર 200 dyne તણાવ બળ લગાડવામાં આવે તેની પર પ્રસરતા તરંગનો વેગ 20 cm/sec હોય તો 100 cm દોરીનું કુલ દળ શોધો.

$v = \sqrt{T/\mu}$ v = વેગ

μ = એકમ લંબાઈનું દોરીનું દળ, T = તણાવ

$v^2 = T/\mu$

$\therefore \quad \mu = T/v^2 = \frac{200}{20 \times 20}$

μ = 0.5 gm/e.

$\therefore$ 100 cm દોરીનું કુલ દળ = 0.5 × 100

= 50 gram.

દા. 5 ન્યૂટનના અને લાપ્લાસના સૂત્રો પ્રમાણે હવામાં ધ્વનિના વેગના મૂલ્યો 280 મીટર/સેકન્ડ અને 332 મીટર/સેકંડ છે. તો હવાની બે વિશિષ્ટ ઉષ્ણતાઓનો ગુણોત્તર શોધો. **(Ap. 2000)**

સમતાપી ફેરફાર માટે ન્યૂટનનું વેગનું સમીકરણ

$$\text{ધ્વનિનો વેગ } v_1 = \sqrt{P/\rho} \qquad \ldots (1)$$

અને સમતાપી ફેરફાર માટે લાપ્લાસનું વેગનું સમી.

$$v_2 = \sqrt{\gamma p/\rho} \ldots (2)$$

જ્યાં P = દબાણ

ρ = માધ્યમની ઘનતા

$\gamma = C_p/C_v$ = વિ. ઉષ્ણતાનો ગુણોત્તર

સમી. (1) અને (2) નો ગુણોત્તર લેતા :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{P/\rho}}{\sqrt{\gamma p/\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\therefore \quad \frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{1}{\gamma}$$

$$\therefore \quad \gamma = \frac{V_2^2}{V_1^2} = \frac{332 \times 332}{280 \times 280}$$

$$\boxed{\gamma = 1.406}$$

દા. 6 દોરીમાં પ્રસરતા તરંગનો વેગ 30 cm/sec હોય ત્યારે તેમાં ઉત્પન્ન થતું તણાવબળ શોધો. એકમ લંબાઈની દોરીનું દળ 0.03 ગ્રામ/સે.મી છે. **(May 2001, 2003)**

$$v = \sqrt{T/\mu}$$

$$v^2 = T/\mu$$

$$\therefore \quad T = v^2\mu = 30 \times 30 \times .03$$

$$\therefore \quad \boxed{T = 27 \text{ dyne.}}$$

સ્વાધ્યાય

Q. 1 દોરી પર પ્રસરતા તરંગ માટેનું વિકલ સમી સ્થાપિત કરો. પ્રગામી હાર્મોનીક તરંગના સમી.નો ઉપયોગ કરી તરંગ વિકલ સમી. તારવો અને દર્શાવો કે $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Q. 2 દોરી પર પ્રસરતા તરંગ વિકલ સમી. ફક્ત લખો. પ્રગામી હાર્મોનિક તરંગ માટે તરંગ સમી. લખો તેનો ઉપયોગ કરીને તરંગનું વિકલન સમી. મેળવો અને દર્શાવો કે $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Q. 3 સળિયામાં પ્રસરતા સંગત તરંગોની ચર્ચા કરી તેનું વિકલ સમી. તારવો અને દર્શાવો કે $V = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.

(Ap. '98, May 2002)

Q. 4 વાયુમાં ધ્વનિમાં વેગ માટે ન્યુટનનું સૂત્ર મેળવો. આ સૂત્રમાં લાપ્લાસનો સુધારો સમજાવો.

(Oct. '97, Ap. '98, 2000)

Q. 5 પ્રગામી તરંગ વડે માધ્યમમાં ઉર્જાનું પ્રસારણ સમજાવો. અને સાબિત કરો કે એકમ સમયમાં દોરીના દરેક વિભાગ પાસેથી $\frac{1}{2}\frac{T}{V}\omega^2 a^2$ જેટલી ઉર્જાનું વહન છે.

Q. 6 વાયુ માધ્યમમાં ધ્વનિના વેગ માટેની ચર્ચા કરો તથા તે માટેનું વિકલ સમી. મેળવો. તે પરથી વાયુમાં ધ્વનિના વેગનું સૂત્ર મેળવો.

ઉ. 1. દોરી પર પ્રસરતા તરંગનો વેગ 50 સે.મી./સેકન્ડ હોય તો દોરી પર લાગતું તણાવ બળ શોધો.
એકમ લંબાઈ દીઠ દોરીનું દ્રવ્યમાન = 0.005 ગ્રામ/સે.મી. **(Oct. 2002)**

(2)

$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

$\therefore V^2 = T/\mu$

$\therefore T = V^2 \cdot \mu$

$= 50 \times 50 \times 0.005$ ■

$\therefore T = 12.5$ dyne. ઉત્તર

$V = 50$ સેમી/સે.

$\mu = 0.005$ ગ્રામ/સેમી.

$T = ?$

U-3, B Sound waves ① Introduction, ② Intensity & intensity level, ③ Loudness & pitch, ④ radiation from a piston, ⑤ diffraction, ⑥ radiation efficiency of a sound source.

13 ધ્વનિની તીવ્રતા

① પ્રવેશ :

આ ભૌતિક રાશિ ધ્વનિના વ્યાવહારિક પાસાને સ્પર્શતી અગત્યની રાશિ છે. વ્યવહારમાં આપણે જે અનેક પ્રકારના ધ્વનિઓ સાંભળીએ છીએ તેમાંના કેટલાક ધ્વનિઓ ખૂબ મોટા-હોય છે, જ્યારે કેટલાક ધ્વનિઓ ખૂબ નાના હોય છે. મચ્છરના ગણગણાટથી માંડીને બોમ્બના ધડાકા સુધીના ધ્વનિઓનો આપણે અનુભવ કરીએ છીએ. આમ ધ્વનિ કેટલો મોટો હશે તે જાણવા સારું ધ્વનિની તીવ્રતાનો વિચાર કરવાનો હોય છે.

આપણે હવે બરાબર સમજીએ છીએ કે માધ્યમમાંથી ધ્વનિનો તરંગ પસાર થાય છે ત્યારે તે તરંગ દ્વારા ધ્વનિ ઊર્જા પસાર થાય છે. બરાબર સમજવાનો પ્રયત્ન કરો કે, ધ્વનિ પોતે તરંગ નામની ભૌતિક વસ્તુ નથી. તરંગ તો એક ભૌતિક ઘટના છે. જેમાં (જે ઘટનામાં) માધ્યમનાં કણો દોલિત થતાં થતાં યાંત્રિક ઊર્જાનું એક જગ્યાએથી બીજી જગ્યાએ વહન કરાવે છે. ધ્વનિના કિસ્સામાં તરંગ દ્વારા ધ્વનિ ઊર્જાનું વહન થાય છે તેમ કહેવાય. જો માધ્યમની ચોક્કસ ક્ષેત્રફળવાળી સપાટીમાં થઈને ચોક્કસ સમયમાં વધારે ધ્વનિ ઉર્જા પસાર થતી હોય તો તે અનુસાર ધ્વનિની તીવ્રતા પણ વધારે હોય છે. ધ્વનિની તીવ્રતા પ્રમાણભૂત રીત વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય તે સારુ માધ્યમના એકમ ક્ષેત્રફળની સપાટીને ધ્યાનમાં લેવામાં આવે છે અને સપાટીમાંથી લંબરૂપે એક સેકન્ડમાં પસાર થતી સરેરાશ ઊર્જા લેવામાં આવે છે. સરેરાશ લેવાનું કારણ એ છે કે, ધ્વનિનું વહન તરંગઘટનાને લીધે થતું હોય છે. એટલે કે દોલનયુક્ત ઘટનાથી પ્રસારણ થતું હોવાથી સમયને અનુલક્ષીને સરેરાશ મેળવવી પડે છે. આ સમયનું માપ એટલે કે એક સેકન્ડ દીઠ પસાર થતી ઊર્જા = પાવર (જુલ / સેકન્ડ). આ રીતે ધ્વનિની તીવ્રતા એટલે એકમ ક્ષેત્રફળ દીઠ સરેરાશ પાવર. આમ ધ્વનિ તીવ્રતાનો એકમ જૂલ/સેકન્ડ સેમી^{2} એટલે કે. વૉટ/ (સેમી)^2 થશે.

એક વ્યક્તિ જ્યારે સામાન્ય વાતચીત કરતી હોય ત્યારે જે ધ્વનિતરંગો ઉદ્‌ભવે છે તેની સાથે સંયોજિત પાવર લગભગ 10^{-5} વૉટ હોય છે. જ્યારે જોરથી બૂમ પાડીએ ત્યારે પાવર 3×10^{-2} વૉટ હોય છે. વળી ધ્વનિ સાંભળી શકાય તેવો હોવા માટે ઓછામાં ઓછી તેની તીવ્રતા આશરે 10^{-15} વૉટ/(સે.મી.)^2 હોવી જોઈએ. આપણે જોયું કે એક માણસ સામાન્ય વાતચીત કરે તો 10^{-5} વૉટ પાવર ઉત્પન્ન થાય. અમદાવાદની વસ્તી 4×10^6 માણસોની ગણતાં અમદાવાદમાં દરેક માણસ એકી સાથે બોલે તો $4 \times 10^{+6} \times 10^{-5} = 40$ વૉટ પાવર ઉત્પન્ન થાય. એટલે કે, એક સેકન્ડમાં 40 જુલ ઊર્જા મળે.

② ધ્વનિ-તીવ્રતાનું લેવલ-પ્રબળતા :

વ્યવહારમાં ધ્વનિ તીવ્રતાઓ કોઈ એક પ્રમાણભૂત તીવ્રતા સાથે સરખાવીને નક્કી કરવામાં આવે છે. પણ અહીં એક વ્યાવહારિક મુશ્કેલી છે. આપેલી પ્રમાણભૂત સંદર્ભ-તીવ્રતા સાથે ઘણી મોટી (એટલે કે સંદર્ભ - તીવ્રતા કરતાં અનેક ગણી મોટી) તીવ્રતાઓ સરખાવવાની જરૂર ઊભી થાય છે.

ધ્વનિ શ્રાવ્ય બને તે સારુ ઓછામાં ઓછી તીવ્રતા, આપણે અગાઉ જોયું તેમ, 10^{-16} વૉટ / (સેમી)^2 છે. આ તીવ્રતાને આપણે પ્રમાણભૂત સંદર્ભ-તીવ્રતા કહીશું અને તેની સાથે બીજા ધ્વનિઓની તીવ્રતા સરખાવીશું. અગાઉ આપણે એ પણ જોયું કે, સામાન્ય વાતચીત કરતા માણસના ધ્વનિનો પાવર લગભગ 10^{-5} વૉટ હોય

છે. એટલે તીવ્રતા (પાવર / (સે.મી.)^2) પણ લગભગ આ ક્રમની લઈ શકાય. હવે જો આ તીવ્રતા (10^{-5}) ને પ્રમાણભૂત સંદર્ભ તીવ્રતા (10^{-16}) સાથે સરખાવીએ તો બંનેના ગુણોત્તરનો 10^{11} જેવો મોટો આંકડો મળે. વ્યવહારમાં આવા મોટા આંકડાઓ વાપરવાનું સગવડભરેલું નથી. તેથી પ્રમાણભૂત સંદર્ભ-તીવ્રતા સાથે આપેલી તીવ્રતાનો સીધેસીધો ગુણોત્તર લેવાને બદલે તેમના ગુણોત્તરનો દશના પાયા પરનો લોગેરિધમ લેવામાં આવે છે. આપણે જાણીએ છીએ કે, 10^{11} ના ગુણોત્તરને બદલે જો તેના દશના પાયા સાથેનો લોગેરીધમ લઈએ તો $\log_{10} 10^{11} = 11$ થશે. આમ કરવાથી આપણે ફક્ત 11 નો આંકડો લઈને ચલાવી શકીએ અને એકબીજાથી અનેકગણી તીવ્રતાઓની સરખામણી પ્રમાણમાં નાની સંખ્યા વડે રજૂ કરી શકીએ.

જો પ્રમાણભૂત સંદર્ભ-તીવ્રતાને તીવ્રતાનો સંદર્ભ-સ્તર કહીએ તો આ સંદર્ભ સ્તરની સરખામણીમાં કોઈ પણ ધ્વનિનો તીવ્રતા-સ્તર β નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય :

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

જ્યાં

I_0 = પ્રમાણભૂત સંદર્ભ-તીવ્રતા $= 10^{-16}$ વૉટ/સેમી^{2}

I = આપેલ ધ્વનિની તીવ્રતા

β = તીવ્રતાનો સ્તર ડેસીબેલમાં (*db*)

જોકે શરૂઆતમાં તીવ્રતાનો સ્તર $\log_{10} \frac{I}{I_0}$ વડે વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવેલો પરંતુ આ એકમ (બેલ) વ્યવહારમાં મોટો જણાતાં છેવટે ડેસીબલ (*db*) એકમ નક્કી કરવામાં આવ્યો. આ એકમને વૈજ્ઞાનિક **એલેકઝાન્ડર ગ્રેહામ બેલના** નામ સાથે સાંકળવામાં આવ્યો છે.

હવે આપણા ઉપર્યુક્ત માપક્રમમાં I_0 ને તીવ્રતાનો શૂન્ય સ્તર કહી શકીએ. આપણો કાન વધારેમાં વધારે 10^{-4} વૉટ/સેમી^{2}ની તીવ્રતા સહન કરી શકે છે. આના કરતાં વધારે તીવ્રતાનો ધ્વનિ દુઃખ ઉપજાવે છે. (બહેરા લોકો અપવાદરૂપ).

ચાલો, આપણે 10^{-4} વૉટ/સેમી^{2} તીવ્રતાનો સ્તર નક્કી કરીએ. વ્યાખ્યા મુજબ,

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{10^{-4}}{10^{-16}}$$
$$= 10 \log_{10} 10^{12}$$
$$= 10 \times 12$$
$$= 120 \text{ db}$$

એટલે કે તીવ્રતાનો સ્તર 120 db હોય ત્યાં સુધી આપણા કાનથી ધ્વનિ સહન થઈ શકે તેવો હોય છે. વ્યાવહારિક પરિભાષામાં તીવ્રતાના લેવલને Noise level કહે છે.

3. કાનની સંવેદિતા :

ધ્વનિ વિષે વાત કરતા હોઈએ ત્યારે કાનના કેમ ભૂલી શકાય ?

સામાન્ય સંજોગોમાં મનુષ્યોના કાન જુદી જુદી આવૃત્તિવાળા ધ્વનિને અનુલક્ષીને કેટલો સંવેદી છે તેનું પૃથક્કરણ ઘણું જ રહસ્યમય છે. આવો અભ્યાસ દર્શાવે છે કે જુદી જુદી આવૃત્તિવાળા ધ્વનિને સાંભળવા માટે અમુક ઓછામાં ઓછી તીવ્રતા તો જોઈએ જ. વળી, દરેક આવૃત્તિને અનુરૂપ અમુક કરતાં વધારે તીવ્રતાવાળો ધ્વનિ પણ કાન માટે જોખમકારક છે. આકૃતિ (1) માં જુદી જુદી આવૃત્તિવાળા ધ્વનિને સાંભળવા માટે ઓછામાં ઓછી અને વધારેમાં વધારે કેટલી તીવ્રતા જોઈએ તે આલેખો વડે દર્શાવ્યું છે. આડી અક્ષ પર ધ્વનિની આવૃત્તિઓ

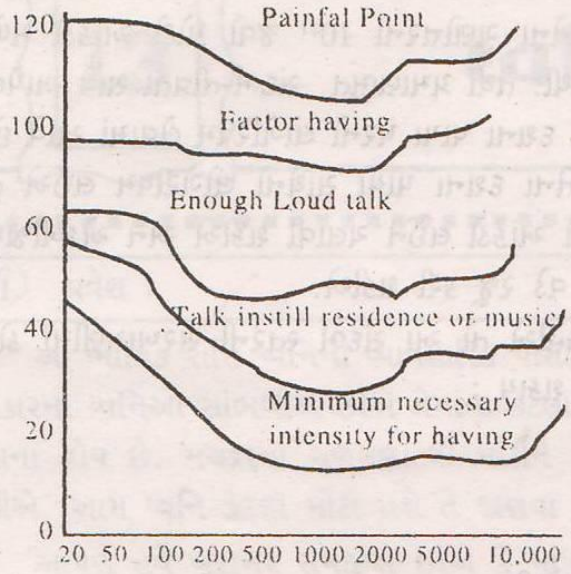


Fig. 1

અને ઊભી અક્ષ પર તદ્દનરૂપ તીવ્રતાઓ દર્શાવી છે. આવૃત્તિમાં નીચેનો વક્ર જરૂરી એવી ઓછામાં ઓછી તીવ્રતાનો નિર્દેશ કરે છે. જ્યારે ઉપરનો વક્ર જુદી જુદી આવૃત્તિવાળા ધ્વનિ વધારેમાં વધારે કેટલી તીવ્રતાઓ ધરાવતા હોય તો સલામત રીતે સાંભળી શકાય તે દર્શાવે છે. આકૃતિમાં નીચે દર્શાવેલા વક્ર ઉપરથી જોઈ શકાય છે કે 1500 થી 5000 Hz ની આવૃત્તિવાળા ધ્વનિ પ્રમાણમાં ખૂબ ઓછી તીવ્રતાવાળા હોય તો પણ સાંભળી શકાય છે. ખૂબ જ ઓછી અને ખૂબ જ વધારે આવૃત્તિવાળા ધ્વનિ સાંભળવા માટે વધારે તીવ્રતાઓની જરૂર પડે છે. 20 Hz થી શરૂ કરીને 20,000 Hz ના આવૃત્તિના ગાળાને **શ્રાવ્યગાળો** કહે છે.

4. ક્વોલીટી અને પીચ :

જ્યારે કોઈ વ્યક્તિ બોલે છે કે ગાય છે અથવા જ્યારે કોઈ વસ્તુમાંથી ધ્વનિ ઉત્સર્જાય છે ત્યારે આવો ધ્વનિ એક (single) આવૃત્તિવાળો હોતો નથી. પરંતુ, જો આપેલ આવૃત્તિવાળા ધ્વનિ ચિપિયાને રબ્બરના પેડ સાથે ધ્વનિ કર્ણપ્રિય હોતો નથી. સંગીતકારો પણ પોતના સંગીત સાધનોમાંથી એક જ આવૃત્તિવાળો ધ્વનિ ઊપજે એવું પસંદ કરતા નથી.

દોરીના (તારના) દોલનો પર આધાર રાખતા બે જુદા જુદા પ્રકારના વાજિંત્રો ધ્યાનમાં લો. આ બન્ને વાજિંત્રોમાં ધારો કે તારોને એવી રીતે ઝણઝણાવીએ કે જેથી તેમના વડે ઉત્પન્ન થતા ટોનમાં એક સરખી આવૃત્તિઓ હોય. ઉદાહરણ તરીકે બન્ને વાજિંત્રોમાંથી મળતા ટોનમાં 2000 Hz ની મૂળભૂત આવૃત્તિ અને 2, 3, 4, 5 માં હાર્મોનિક હાજર છે. આમ છતાં, આ બન્ને ટોનની સંવેદના આપણને જુદી જુદી થાય છે. આનું કારણ બહુ સાદું છે. ભલે આ બન્ને ટોનમાં આવૃત્તિઓના મૂલ્યો સમાન હોય, પરંતુ તેમનું સાપેક્ષ પ્રમાણ (અથવા સાપેક્ષ તીવ્રતા) જુદી જુદી હોય છે અને પરિણામે આપણા મગજમાં તેમની સંવેદના જુદી જુદી થાય છે. આમ, આ બન્ને ટોનની ક્વોલીટી જુદી છે તેમ કહેવાય.

આ (અ) પાઠ્યપુસ્તકના લેખક અને એક ગદર્ભરાજ ભલે સમાન આવૃત્તિઓના મિશ્રણવાળા ધ્વનિનું સંગીત રેલાવે, પણ બન્નેના ધ્વનિમાં આવૃત્તિઓનું તીવ્રતા વિતરણ જુદું જુદું હોવાથી, કદાચ ગદર્ભરાજનો ધ્વનિ તમારા મગજમાં લેખકના ધ્વનિ કરતાં "સારી" સંવેદના ઉપજાવે !!!

આ ઉદાહરણ પરથી તમે જોઈ શક્યા હશો કે ધ્વનિની ક્વોલિટી એ સંપૂર્ણ રીતે ભૌતિક રાશિ નથી. આ રાશિ એ વ્યક્તિલક્ષી (subjective) છે.

આ ઉપરાંત ધ્વનિની ક્વોલીટીનો આધાર ટોનનો પ્રારંભ અને અંત કેવી રીતે થાય છે તેના પર પણ રહે છે.

કોઈ સાધનમાંથી જે ધ્વનિ ઉત્સર્જાયો હોય તેમાં કયા કયા આવૃત્તિ ઘટકો કેટલા સાપેક્ષ પ્રમાણમાં છે તેનો અભ્યાસ ધ્વનિ ફુરીયર પૃથક્કરણ વડે કરી શકાય છે. આ પૃથક્કરણમાં જુદા જુદા હાર્મોનિક્સના સહગુણકોના મૂલ્યો પરથી જે તે આવૃત્તિવાળા ધ્વનિની સાપેક્ષ તીવ્રતા નક્કી કરી શકાય છે. આકૃતિ (2) માં કોઈ એક સાધન વડે ઉત્સર્જાતા ધ્વનિમાં રહેલા જુદી જુદી આવૃત્તિવાળા ધ્વનિની સાપેક્ષ તીવ્રતા કેટલી છે તે દર્શાવ્યું છે.

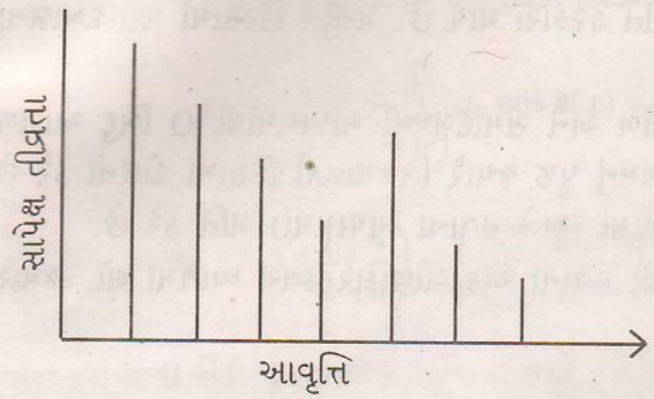


Fig. 2

જેમ ધ્વનિની ક્વોલીટી વ્યક્તિલક્ષી રાશિ છે તેમ પીચ (Pitch) નામની બીજી રાશિ પણ વ્યક્તિલક્ષી છે. જે ધ્વનિમાં ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળા ઘટકનું પ્રમાણ ખૂબ મોટું હોય તેવો ધ્વનિ તીણો અનુભવાય છે અને આવા ધ્વનિને ઉચ્ચ સ્વરનો (high pitch) ધ્વનિ કહેવાય છે.

જે ધ્વનિમાં ઓછી આવૃત્તિવાળા ઘટકોનું પ્રમાણ વધારે હોય છે તેવો ધ્વનિ ઘેરો લાગે છે. આવા ધ્વનિને નીચા સ્વરનો (low pitch) ધ્વનિ કહે છે.

સંગીત અને ઘોંઘાટ (*Music and Noise*) :

અમુક ધ્વનિ આપણને સાંભળવા ગમે છે, જ્યારે અમુક ધ્વનિ આપણું મગજ ફેરવી નાખે છે. આમ કેમ થતું હશે ? અલબત્ત આ બન્ને અનુભવો સંવેદનાને લગતા છે તેમ છતાં તેની પાછળ કંઈક ફિઝિક્સ પણ છે. માનવ કાનની ધ્વનિના સંદર્ભમાં સંવેદિનાનો વિચાર કરીએ તો જાણી શકાય છે કે આપણે 1 કિ. હર્ટ્ઝ આવૃત્તિવાળો આશરે 10^{-12} વૉટ/મી^{2} કરતાં ઓછી તીવ્રતાવાળો ધ્વનિ સાંભળી શકતા નથી, જ્યારે 10^{12} વૉટ/મી^{2} કરતાં વધારે તીવ્રતાવાળો ધ્વનિ કાન પર (અને તેથી મગજ પર) ખરાબ અસરો ઉપજાવે છે. આ ઉપરની મર્યાદા ધ્વનિની આવૃત્તિથી સ્વતંત્ર છે. આવા ધ્વનિ ઘોંઘાટ ઉપજાવે છે. એક બીજી પણ અગત્યની વાત છે. કોઈ એક જ આવૃત્તિવાળો (*Single frequency Sound*) પણ આપણને સાંભળવો ગમતો નથી. મચ્છરનો આપણા કાન પાસેનો ગણગણાટ આનું સુંદર ઉદાહરણ છે. આથી તો સંગીતકારો ક્યારેય એક જ આવૃત્તિવાળો ધ્વનિ ઉત્પન્ન કરતા નથી.

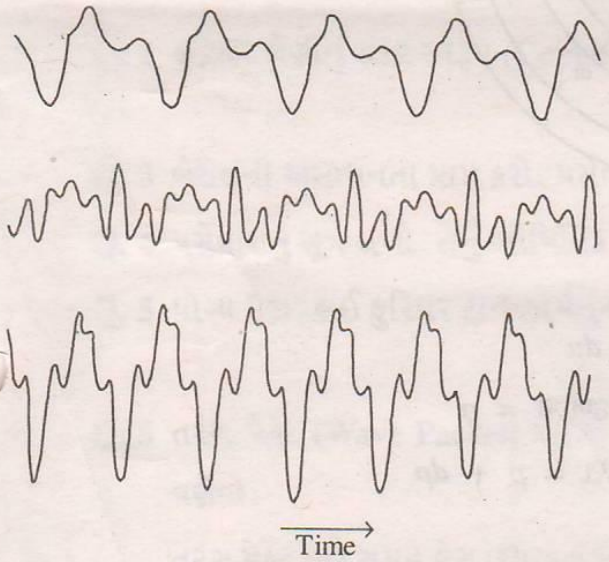


Fig. 3

સંગિતના જુદા જુદા વાજિંત્રોનો વિચાર કરો. તંબુરો, સિતાર વગેરે તાર વાળા વાજિંત્રો, વાંસળી, બેન્ડવાજા જેવા નળી વાળા વાજિંત્રો અને ઢોલ, નગારા તથા તબલા જેવા તાણીને રાખેલા પટલ વાળા વાજિંત્રો. સંગીતકાર જ્યારે આવા વાજિંત્રો વડે સંગિતમય ધ્વનિ ઉત્પન્ન કરે છે ત્યારે આવા સ્થિત તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે. આ સ્થિત તરંગો એવી રીતે ઉત્પન્ન કરવામાં આવે છે કે જેથી એકી સાથે મૂળભૂત આવૃત્તિ અને એક કે એક કરતા વધારે હાર્મોનિક્સ ઉત્પન્ન થાય. વળી, આ મૂળભૂત અને વધારાના હાર્મોનિક્સની તીવ્રતા પણ ચોક્કસ પ્રકારની વહેંચણી ધરાવતી હોવી જરૂરી છે. આમ, પરિણામી ધ્વનિ આ મૂળભૂત અને બીજા હાર્મોનિક્સના સંપાતીકરણથી મળતો ધ્વનિ છે.

જુદા જુદા વાજિંત્રોમાં મળતા હાર્મોનિક્સની તીવ્રતાની વહેંચણી જુદા જુદી હોય છે. પરિણામે એક જ નોટ પર બજાવવામાં આવતા જુદા જુદા વાજિંત્રો માટે તરંગોના પ્રકાર જુદા જુદા હોય છે. એક જ મૂળભૂત આવૃત્તિવાળા અને એક જ નોટ પર ઉત્પન્ન કરેલા ત્રણ જુદા જુદા વાજિંત્રોના ધ્વનિના તરંગસ્વરૂપ આકૃતિ (3)માં દર્શાવ્યા છે.

5. ગોળીય તરંગો :

પ્રસ્તુત લેખમાં આપણે ધ્વનિ તરંગોના કિસ્સામાં ગોળીય તરંગો માટેનું વિકલ સમીકરણ તારવીશું. નળીમાં કે સળિયામાં પસાર થતાં સંગત તરંગોના કિસ્સામાં આપણે જોયું છે કે માધ્યમના જે વિસ્તારમાંથી તરંગો પસાર

(3)

6. પિસ્ટનમાંથી ઉત્સર્જન પામતું ધ્વનિ વિકિરણ :

ધ્વનિ તરંગો અનેક રીતે ઉત્પન્ન કરી શકાય છે. આમાં સાદામાં સાદી રીત કોઈ વસ્તુને દોલિત કરાવીને ધ્વનિ તરંગો ઉત્પન્ન કરવાની છે. ઉદાહરણ તરીકે સ્વરકાંટાના પાંખિયાઓને દોલિત કરાવીને તો તમે તરંગો ઘણીવાર ઉત્પન્ન કર્યા જ છે.

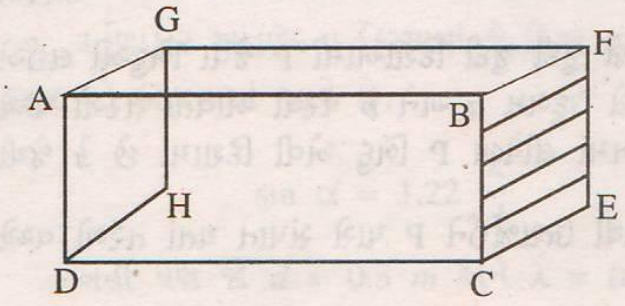


Fig. 5

લાઉડ સ્પીકરમાં પણ શંકુ આકારના પડદાના દોલનો થાય છે. ચર્ચામાં જટિલતા ન આવે તે હેતુથી આપણે પ્રસ્તુત કિસ્સામાં એક પિસ્ટનને દોલિત કરાવીશું અને તેમાંથી જે ધ્વનિ તરંગોનું વિકિરણ ઉત્સર્જાય તેનું અવકાશમાં વિતરણ કેવું હોય તે અંગે વિચાર કરીશું.

વળી, આપણે પિસ્ટનની એક બાજુ પરથી આવતા વિકિરણનો વિચાર કરીશું અને પિસ્ટનના આડછેદને સુગમતા ખાતર લંબચોરસ લઈશું. આકૃતિ (5) માં આવો એક પિસ્ટન દર્શાવ્યો છે.

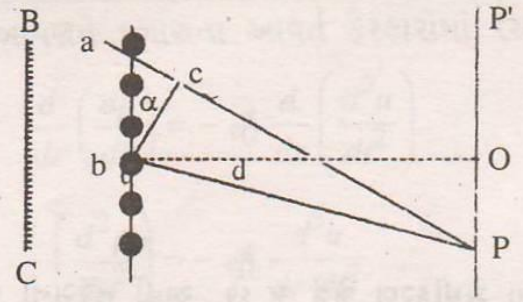


Fig. 6

આ પિસ્ટન આકૃતિ (5) માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે સાંકડી પટ્ટીઓનો બનેલો છે તેવું પણ વિચારી શકાય. જો આ પિસ્ટનને ABCD સમતલને લંબરૂપે જોવામાં આવે અને માત્ર BFCE સમતલ પૂરતું ધ્યાન કેન્દ્રિત કરવામાં આવે તો આપણને માત્ર BC રેખા જ જોવા મળે. આપણે BCEF સમતલમાંથી ઉત્સર્જાતા ધ્વનિ તરંગોની વાત કરવાના છીએ. આ સમતલનો પુસ્તકના પાન સાથેનો આડછેદ આકૃતિ (6) માં દર્શાવ્યો છે.

જ્યારે BCEF સમતલ દોલન કરે છે ત્યારે તેની થોડી નમૂનારૂપ સ્થિતિઓ આકૃતિ (7) માં દર્શાવી છે.

હવે, BCEF સમતલમાંથી ઉત્સર્જાઈને જમણી બાજુ પ્રસરતા ધ્વનિ તરંગોને લીધે આકૃતિ (6) માં દર્શાવેલા P બિંદુ પાસે શું થાય છે તેનો વિચાર કરીએ. ઉત્સર્જન સમતલથી P નું લંબ અંતર L છે તથા BC = d છે. અહીં d <<< L ધારીશું. વળી, L >>> λ (ઉત્સર્જાતા ધ્વનિ તરંગલંબાઈ)

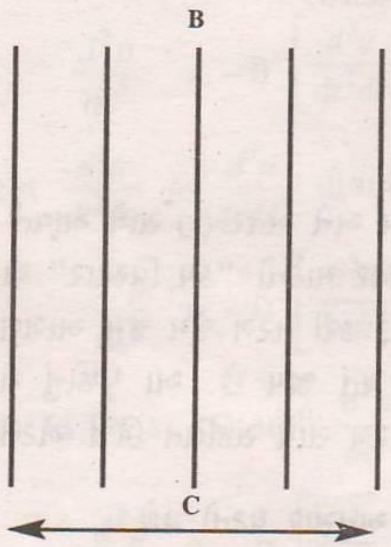


Fig. 7

હવે, BCEF સમતલ પરની દરેક પટ્ટીના આડછેદને ધ્વનિ તરંગના ગૌણ ઉદ્‌ગમ તરીકે લઈ શકાય. આ પટ્ટીઓ એટલી સાંકડી છે કે તે દરેકને રેખીય ઉદ્‌ગમ ગણી શકાય. આ રેખીય ઉદ્‌ગમના નમૂના રૂપ કેટલાક પુસ્તકના પાન સાથેના બિંદુવત્ આડછેદો પણ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા છે.

બિંદુ P ને કેન્દ્ર તરીકે લઈ Pb ત્રિજ્યાની ચાપ દોરવામાં આવે તો તે aP ને C બિંદુ પાસે છેદે છે. પણ, ab અંતરની સરખામણીમાં p_b અંતર ઘણું મોટું હોવાથી ચાપ bc ને લગભગ સુરેખા ગણી શકાય. અને abc ને કાટખૂણ ત્રિકોણ ગણી શકાય. આથી a અને b માંથી ઉત્સર્જાઈને P પાસે પહોંચતાં તરંગો વચ્ચે તફાવત ac થશે.

આકૃતિ (6)ની ભૂમિતિ પરથી સ્પષ્ટ જ છે કે જો $\angle obp = \alpha$ હોય તો $\angle abc = \alpha$ થશે.

$$\sin \alpha = \frac{ac}{ab}$$

$$\therefore \quad ac = ab \cdot \sin \alpha$$

$$\therefore \quad ac = \text{પથતફાવત} = \frac{d}{2} \sin \alpha \qquad ...(11)$$

સ.ક. (11) તેમ જ આકૃતિ (5) દર્શાવે છે કે જો આપણે જુદી જુદી દિશાઓમાં P જેવા બિંદુઓ લઈએ તો a ના મૂલ્યો જુદાં જુદાં અને પરિણામે તેવાં બિંદુઓ પાસે ઉદ્‌ગમ a અને b પરથી આવતા તરંગો વચ્ચે પથતફાવતના મૂલ્યો જુદાં જુદા હશે. ધારો કે આપણે ધ્યાનમાં લીધેલા P બિંદુ એવી દિશામાં છે કે જેથી પથતફાવત $ac = \frac{\lambda}{2}$ છે. તો આ સ્થિતિમાં a અને b પરથી ઉત્સર્જાઈને P પાસે સંપાત થતાં તરંગો વચ્ચે પથતફાવત $\frac{\lambda}{2}$ થવાથી વિનાશક વ્યતિકરણ થાય છે અને P પાસે ધ્વનિ તીવ્રતા શૂન્ય મળે છે. આવી જ ચર્ચા a પછીના તરતના નીચેના ઉદ્‌ગમ અને b પછીના તરતના નીચેના ઉદ્‌ગમના જોડકા માટે પણ કરી શકાય.

આમ, a થી b વચ્ચેના દરેક ઉદ્‌ગમને અનુરૂપ bd વિભાગમાં એક એક ઉદ્‌ગમ લઈ દરેક વડે મળતાં ઉપર જણાવ્યા છે તેવાં જોડકાંઓ વિચારી, P પાસે તે દરેક જોડકા વડે મળતી ધ્વનિ તીવ્રતા વિચારી શકા. આપણી ચર્ચા દર્શાવે છે કે આ બધાં જ જોડકાંઓ વડે P પાસે મળતા સમાસ તીવ્રતા શૂન્ય હશે. બીજા શબ્દોમાં BCEF સમતલ પરથી, સમતલ પર દોરેલા લંબ સાથે α ખૂણો બનાવતા દિશામાં ધ્વનિનું ઉત્સર્જન થતું નથી. જ્યાં,

$$ac = \frac{\lambda}{2} = \frac{d}{2} \sin \alpha \qquad ...(12)$$

અથવા

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}$$

ઉદાહરણ તરીકે જો $\lambda = 0.15\ m$ અને $d = 0.3\ m$ લઈએ તો $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ થાય; અને $\alpha = 30°$ આમ, આ કિસ્સામાં BCEF સમતલ પર, સમતલને લંબરૂપે રહેલ દિશા bO સાથે 30° નો કોણ બનાવતી દિશામાં ધ્વનિ તરંગો પ્રસરણ પામતા નથી. જે પરિસ્થિતિ બિંદુ P પાસે છે તેવી જ પરિસ્થિતિ બિંદુ O ની ઉપર તરફ રહેલા P' પાસે પણ હશે, જ્યાં OP = OP' જેવી રીતે BCEF પૃષ્ઠને બે ભાગમાં વિભાગીને, ઉદ્‌ગમોના અનુરૂપ જોડકાં લઈને P અને P' પાસે ધ્વનિ તીવ્રતા શૂન્ય સાબિત કરી શક્યા તેવી જ રીતે સમતલને ચાર, છ, વગેરે સરખા ભાગોમાં વિભાગીને, અનુક્રમે આવતા વિભાગોમાંના ઉદ્‌ગમોના જોડકાં લઈને, જુદી જુદી α દિશાઓ શોધી શકાય કે જે દિશામાં પણ ધ્વનિ તીવ્રતા શૂન્ય મળે. આ α દિશાઓનું વ્યાપક સૂત્ર નીચે પ્રમાણે છે. :

$$\sin \alpha_m = \frac{m\lambda}{d} \qquad ...(13)$$

આવી α દિશાઓ ઉપરાંત, બે અનુક્રમે આવતી શૂન્ય તીવ્રતાવાળી દિશાઓની વચ્ચે એવી દિશાઓ પણ શોધી શકાય છે કે જ્યાં ધ્વનિ તરંગોની તીવ્રતા મહત્તમ હોય છે. O બિંદુ માટે એટલે કે $\alpha = 0$ માટે તીવ્રતા સૌથી મહત્તમ હોય છે અને O થી દૂર જતા ઉપર્યુક્ત મહત્તમ તીવ્રતા ક્રમશઃ ઘટતી જતી હોય છે. આ સમગ્ર ચર્ચામાં તમે જોઈ શક્યા હશો કે આવી ચર્ચા આપણે બારમાં ધોરણમાં એક સ્લિટથી થતા વિવર્તનના વાદમાં કરી જ ગયા છીએ.

જો પિસ્ટનનો આડછેદ વર્તુળાકાર હોય, તો તેના પૃથ્થકરણ માટે સમગ્ર આડછેદને વલયોમાં વિભાગેલો કલ્પવો પડે છે. આ સ્થિતિમાં ગણતરી જટિલ બની જાય છે. હાલ પૂરતી આવી ગણતરી કરીશું નહિ. પરંતુ ફક્ત આપણે માત્ર પરિણામ જ નોંધીશું.

વર્તુળાકાર આડછેદના કિસ્સામાં જે દિશા (α) માં પ્રથમ ન્યૂનતમ (શૂન્ય તીવ્રતા) મળે છે તે કોણ નીચેના સૂત્ર વડે આપવામાં આવે છે.

$$\sin \alpha = 1.22 \frac{\lambda}{d} \qquad ...(14)$$

અહીં પણ જો $d = 0.3\ m$ અને $\lambda = 0.15\ m$ લઈએ તો $\alpha = 38°$ મળે. એવું જાણી શકાય છે કે પ્રથમ ન્યૂનતમ માટેનો કોણ જેનો અર્ધકોણ હોય તેવા શંકુ આકારના વિસ્તારમાં આશરે 85% ધ્વનિ ઊર્જા પ્રસરણ પામતી હોય છે.

જ્યારે સિનેમા ગૃહમાં પડદા પાછળ મૂકેલા લાઉડ સ્પીકરમાંથી ઉત્સર્જાતો ધ્વનિ સમગ્ર સભાગૃહમાં ફેલાવવાનો હોય ત્યારે ઉપર ચર્ચેલી બાબતો ખાસ ધ્યાનમાં લેવી પડે છે. જો સ્પિકરના પડદાને ($d = 0.3\ m$ વ્યાસ સાથે) વર્તુળાકાર ગણીએ તો 0.15 m તરંગ લંબાઈ (એટલે આશરે 2000 Hz આવૃત્તિ) વાળા ધ્વનિનું પ્રસરણ, સ્પિકરના પડદાની અક્ષ સાથે, 38° નો અર્ધકોણ બનાવે તેવા શંકુ આકારના વિસ્તારમાં જ 85% ધ્વનિ પ્રસરે છે. વળી, 10,000 Hz આવૃત્તિવાળા ધ્વનિ માટે તો અર્ધકોણ (આશરે) માત્ર 7° જેટલો જ હોય છે. આથી, આવા ધ્વનિ માટે જે પ્રેક્ષકો સ્પીકરની અક્ષ સાથે 7° કરતાં વધારે ખૂણો બનાવે તેવી દિશામાં બેઠાં હોય તો તેમની પાસે પહોંચતા ધ્વનિનું પ્રમાણ ખૂબ જ ઓછું હોય અને પરિણામે પ્રેક્ષકોની બુમાબુમ થતાં તેવા ધ્વનિનું પ્રમાણ સ્પિકરના ધ્વનિના પ્રમાણ કરતાં વધી જાય છે !!!

હવે જો સ્પિકરનો વ્યાસ 0.3 m અને ધ્વનિની તરંગ લંબાઈ 0.25 m (આવૃત્તિ આશરે 1200 Hz) હોય તો $\alpha = 90°$ મળે અને સમગ્ર સભાગ્રહમાં ધ્વનિની નિયમિત વહેંચણી થઈ શકે.

હવે, તમે જાણો છો કે વ્યવહારમાં (સિનેમા ગૃહમાં) જે ધ્વનિ સાંભળીએ છીએ તે કંઈ એક જ (single) આવૃત્તિનો બનેલો હોતો નથી. આવા ધ્વનિ ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળા ઘટકો માટે λ ના મૂલ્યો નાના હોવાથી, તેઓ સ્પિકરની અક્ષ સાથે નાનો કોણ બનાવતી દિશાઓના વિસ્તારમાં સંકેન્દ્રિત થાય છે. આ આવૃત્તિ ઘટકો ઘણા અગત્યના છે એટલે તેમને સભાગૃહમાં નિયમિત રીતે વિતરિત કરવા જુદી જુદી દિશામાં એક કરતાં વધારે સ્પિકરો ગોઠવવાં પડે છે અને આ સ્પિકરોને ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળા ધ્વનિ વડે ઉત્પન્ન થયેલા વિદ્યુત સિગ્નલો 'ઈનપુટ' તરીકે આપવાની ગોઠવણી કરેલી હોય છે. ઓછી આવૃત્તિવાળા ઘટકો માટે α મોટો હોવાથી એક જ સ્પિકર વડે સમગ્ર સભાગૃહમાં ફેલાવી શકાય છે.

દરિયામાં ખૂબ ઊંડાઈએ રહેલી વસ્તુઓની ખોજ માટે ઊંડાઈ પામવા માટે SONAR (Sound Nevigation and Ranging) ની પદ્ધતિમાં ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળો ધ્વનિ વપરાય છે. આમ કરવાથી સ્પિકરની અક્ષ સાથે ખૂબ જ નાનો કોણ બનાવતી દિશામાં જ મોટા ભાગનો ધ્વનિ "કિરણાવલી" ના સ્વરૂપમાં પ્રસરણ પામી વસ્તુની ખોજ ચોક્સાઈપૂર્વક કરી શકે છે.

7. ધ્વનિ ઉદ્‌ગમની ક્ષમતા :

વ્યવહારમાં તમે કેટલાંયે ધ્વનિ ઉદ્‌ગમો જોયાં છે. (કેટલીક વાર તમે વર્ગમાં સાહેબ કરતાં વધારે પ્રબળ ધ્વનિ ઉત્પન્ન કરવા લાગો છો !!) લાઉડ સ્પીકર, મેગાફોન, રેડીઓ અને ટેલિવિઝનમાં વપરાતા સ્પિકરોમાં તમે ધ્વનિ ઉદ્‌ગમ તરીકે દોલન કરતા પૃષ્ઠો પણ જોયાં જ હશે.

ધ્વનિ ઉદ્‌ગમ માટે એક અગત્યની બાબત એ છે કે તે પૂરતી ક્ષમતાથી ધ્વનિનું ઉત્પાદન કરે અને ધ્વનિને અમુક સંજોગોમાં વધારે પ્રમાણમાં અમુક જ દિશામાં અને અમુક સંજોગોમાં સમાન પ્રમાણમાં બધી જ દિશાઓમાં પ્રસરાવે. અગાઉના લેખમાં આપણે પિસ્ટન પરથી ઉદ્‌ભવતા ધ્વનિના તરંગો, પથતફાવત પર આધાર રાખી જુદી જુદી દિશાઓમાં કેટલા પ્રમાણમાં જાય છે તે જોયું.

જો ધ્વનિ ઉદ્‌ગમ-પૃષ્ઠના ક્ષેત્રફળની સરખામણીમાં ધ્વનિની તરંગ લંબાઈ ઓછીહોય તો આવો ધ્વનિ ઉદ્‌ગમ પામીને ઉદ્‌ગમ-પૃષ્ઠને લંબરૂપે મોટા ભાગે પ્રસરણ પામે છે. પણ, એવું જાણવા મળે છે કે ઉદ્‌ગમ-પૃષ્ઠનું પરિમાણ, તરંગલંબાઈના પ્રમાણમાં નાનું હોય તો ધ્વનિ ઉદ્‌ગમ પાસેના વિસ્તારમાં ઉદ્‌ગમમાંથી બહાર આવે અને વળી પાછો ઉદ્‌ગમમાં જતો રહે. વળી ઉદ્‌ગમમાંથી બહાર આવે અને પાછો ઉદ્‌ગમમાં જતો રહે તેવી ઘટના આકાર લે છે. પરિણામે આ સ્થિતિમાં ઉદ્‌ગમની ક્ષમતા ઓછી છે તેમ કહેવાય.

એક બીજી વાત પણ નોંધનીય છે. ધ્વનિની તરંગલંબાઈ કરતાં ઓછા વ્યાસવાળું સ્પિકર બધી જ દિશામાં નિયમિત રીતે ધ્વનિનું પ્રસરણ કરાવી શકે છે. પણ આવા કિસ્સામાં પાવર ઓછો હોય છે, સિવાય કે સ્પિકરના પડદાને ખૂબ જ મોટા કંપવિસ્તારથી દોલન કરાવીએ. હવે જો આના કરતાં મોટા વ્યાસના પડદાવાળું સ્પિકર વાપરીએ તો તેની ઉત્સર્જન ક્ષમતા વધે છે પણ ધ્વનિ ચોક્કસ દિશામાં જ સંકેન્દ્રિત થાય છે. મેગાફોન, લાઉડસ્પિકરો, રેડિયો અને ટેલિવિઝનમાંના સ્પિકરોમાં ધ્વનિ ઉત્પાદન કરતા પડદાઓ, અને સ્પિકરોના આકાર અને પરિમાણ એવી રીતે નક્કી કરવામાં આવે છે કે જેથી નાની કે મોટી એમ બધી તરંગ લંબાઈઓ માટે ઉત્સર્જન ક્ષમતા સારી મળે અને ધ્વનિનું જે પ્રકારનું વિતરણ જોઈતું હોય તેવું વિતરણ મળી શકે. વળી, આ સાધનોના ખુલ્લા છેડા પાસેથી ધ્વનિનું પરાવર્તન ન થાય તે વાતનું પણ ધ્યાન રાખવામાં આવે છે.

સ્વાધ્યાય

Q. 1 સમજૂતી આપો. **(Ap. 2003)**

(i) ધ્વનિ તીવ્રતાનું લેવલ પ્રબળતા (Ap. '98), (ii) ક્વોલીટી અને પીચ (Ap. '98)

(iii) કાનની સંવેદિતા (Ap. 2003)

Q. 2 ધ્વનિ તરંગના કિસ્સામાં ગોલીય તરંગ માટેનું વિકલ સમી. મેળવો., આ સમી.નો ઉકેલ લખો. વેગનું સૂત્ર મેળવો.

Q. 3 (અ) ધ્વનિ વિકરણ અથવા ધ્વનિ તરંગ કેવી રીતે ઉત્પન્ન કરી શકાય ? પિસ્ટનમાંથી ઉત્સર્જિત થતા ધ્વનિ તરંગનું અવકાશમાં વિતરણ સમજાવો.

(બ) ધ્વનિ ઉદ્ગમની ક્ષમતા વિષે ટૂંકનોંધ લખો.

(ક) સંગીત અને ઘોંઘાટ વિષે ટૂંકનોંધ લખો.

Q. 4 ધ્વનિ વિકિરણ અથવા ધ્વનિ તરંગો કેવી રીતે ઉત્પન્ન કરી શકાય ? પિસ્ટનમાંથી ઉત્સર્જીત થતાં ધ્વનિ તરંગોનું અવકાશમાં વિતરણ સમજાવો.

U-3 Chap'D 'Ultrasonics' - Magnetostriction method, Piezo-electric oscillator, Piezo-electric detectors, Measurement of velocity of Ultrasonic waves, Diffraction effect & its application to determine the velocity of the waves, The Ultrasonic waves & its use.

14 અલ્ટ્રાસોનિક

1. પ્રવેશ :

પ્રયોગશાળામાં ધ્વનિના પ્રયોગો કરતી વેળા તમે સ્વરકાંટાઓનો ઉપયોગ કર્યો છે ને ? આ સ્વરકાંટાઓના સ્વરપાંખિયાની લંબાઈ શું સરખી હોય છે ? જુદી જુદી આવૃત્તિવાળા સ્વરકાંટાઓની લંબાઈ જુદી જુદી હોય છે. વિસ્તૃત ચર્ચામાં ન ઊતરતાં અત્રે એટલું કહેવું રસપ્રદ થઈ પડશે કે **સ્વરકાંટાની આવૃત્તિ તેના પાંખિયાની લંબાઈના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે.** ધારો કે આપણી પાસે લગભગ 500 જેટલી આવૃત્તિ ધરાવતો એક સ્વરકાંટો છે. આ સ્વરકાંટાના પાંખિયાની લંબાઈ ધારો કે 10 સેમી છે. (અત્રે એવું માની લેવાની જરૂર નથી કે લગભગ 500 જેટલી આવૃત્તિ ધરાવતા સ્વરકાંટાના પાંખિયાની લંબાઈ 10 સેમી જેટલી હોય છે.)

$$\therefore \quad 500 = \frac{1}{(10)^2}$$

$$\therefore \quad 500 \times 100 = K \text{ (અચળાંક)}$$

હવે ધારો કે આ સ્વરકાંટાને બીજી કોઈ પણ રીતે મુશ્કેલીમાં મૂક્યા સિવાય તેના પાંખિયાઓની લંબાઈ 1 સેમી કરી નાખવામાં આવે તો ટૂંકા થઈ ગયેલા સ્વરકાંટાની આવૃત્તિ

$$n \propto \frac{1}{(1)^2} \text{ થશે.}$$

$$\therefore \quad n = \text{અચળાંક} = 500 \times 100$$

$$\therefore \quad n = 50{,}000$$

પણ આટલી આવૃત્તિવાળો ધ્વનિ આપણા કાન વડે સાંભળી શકાતો નથી. આપણો કાન તો વધારેમાં વધારે 20,000 આવૃત્તિવાળો ધ્વનિ સાંભળી શકે. **અલબત્ત, કાનની ક્વૉલિટી પણ આમાં અગત્યનો ભાગ ભજવે છે ! ધ્વનિના જે તરંગોની આવૃત્તિ 20,000 કરતાં વધારે હોય તેવા તરંગોને અલ્ટ્રાસોનિક અથવા સુપરસોનિક તરંગો કહે છે.** જોકે સુપરસોનિક શબ્દપ્રયોગ હવે ધ્વનિના વેગ કરતાં પણ બે ત્રણ ગણી ઝડપથી ઊડતાં જેટ વિમાનોની ઝડપ માટે કરવામાં આવે છે. વધારે શાસ્ત્રીય રીતે કહેતાં, માધ્યમમાં પ્રસારણ પામતાં જે સંગત તરંગોની આવૃત્તિ 20,000 કરતાં વધારે હોય, તેવા સંગત તરંગોને **અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો** અથવા **અલ્ટ્રાસોનિક્સ** કહે છે. આવા તરંગો ધ્વનિના જેટલા જ વેગથી ગતિ કરે છે અને તેમના ગુણધર્મો મહદંશે ધ્વનિના તરંગોના ગુણધર્મો જેવા જ છે. આવા તરંગોના ઘણા વિશિષ્ટ ગુણધર્મો પણ છે. કૂતરાંઓ ઓછી આવૃત્તિવાળા અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો સાંભળી શકે છે. વળી અમુક પક્ષીઓ તો 60,000 આવૃત્તિવાળાં તરંગો સાંભળી શકે છે. અંધારામાં ઊડતાં ચામાચીડિયાં અને વડવાગોળ 30,000થી 50,000 સુધીની આવૃત્તિવાળા અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો ઉપજાવી શકે છે. આ રીતે પક્ષીઓ અંધારામાં અડચણોને શોધી કાઢે છે અને સલામત ઉડાણ કરી શકે છે.

2. અલ્ટ્રાસોનિક્સનું ઉત્પાદન :

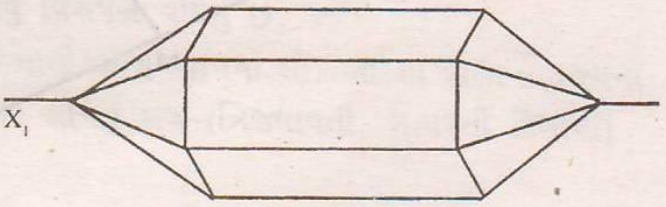
અહીં આપણે અલ્ટ્રાસોનિક્સ ઉત્પન્ન કરવાની મુખ્ય બે રીતો ચર્ચીશું.

(1) ફીઝોઇલેક્ટ્રિક ઉત્પાદન :

08 (3)

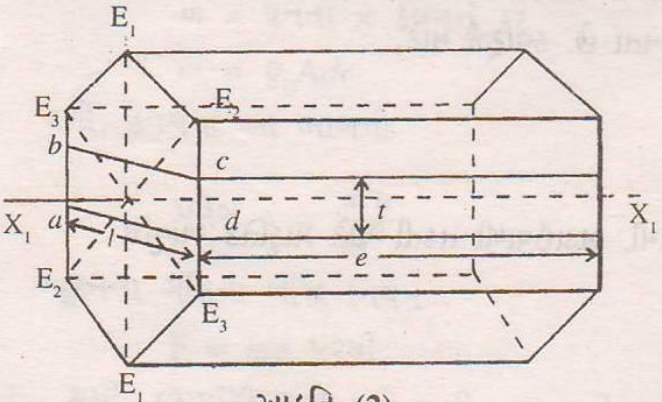
આ ઉત્પાદક (જનરેટર) ફીઝો ઇલેક્ટ્રિસિટી નામની ઘટના પર આધાર રાખે છે. જ્યારે અમુક સ્ફટિકોના (દા.ત., ક્વાર્ટ્ઝ, ટુર્મેલિન, રોસેલા સોલ્ટ વગેરે) બે સામસામા પૃષ્ઠનાં જોડકાં પર દબાણ (યાંત્રિક) કરવામાં આવે છે અથવા તો તણાવ લગાડવામાં આવે છે ત્યારે તેમની લંબ દિશામાં રહેલાં સામસામા પૃષ્ઠનાં જોડકાંની સપાટીઓ ઉપર વિદ્યુતભાર જમા થયેલો દેખાય છે. આ વિદ્યુતભારોનું ચિહ્ન દબાણ અને તણાવ વખતે જુદું જુદું હોય છે. ઈ.સ. 1880માં **જે. ક્યુરી અને પી. ક્યુરી** દ્વારા શોધાયેલી આ ઘટનાને **ફીઝોઇલેક્ટ્રિક અસર** કહે છે. આ ઘટનામાં જમા થતો વિદ્યુતભારનો જથ્થો, દબાણ અથવા તણાવના માન પર આધાર રાખે છે. વળી, ઉપરોક્ત ઘટના કરતાં ઊલટી ઘટના પણ શક્ય છે. એટલે કે જો સામસામાં બે પૃષ્ઠો વચ્ચે વિદ્યુતસ્થિતિમાનનો તફાવત પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવે તો, આ બંને પૃષ્ઠોની લંબ દિશામાં રહેલાં સામસામાં પૃષ્ઠો તણાવ અથવા દબાણ અનુભવે છે. તણાવ અને દબાણની માત્રા, વિદ્યુતસ્થિતિમાનના તફાવતના સમપ્રમાણમાં હોય છે જે સ્ફટિકો આ ઘટના દર્શાવે છે, તે સ્ફટિકોને **ફીઝોઇલેક્ટ્રિક સ્ફટિકો** કહે છે. કુદરતમાં મળી આવતા આવા સ્ફટિકોના ચોક્કસ દિશામાં કપાયેલાં ચોસલાંઓ વધારે સારું પરિણામ ઉપજાવી શકે છે. આકૃતિ (1) માં ક્વાર્ટઝનો સ્ફટિક દર્શાવેલ છે.

$X_1 X_1$ દગ્‌અક્ષ દર્શાવે છે. જો આ સ્ફટિકને તેની દગ્‌અક્ષને લંબ તેવા સમતલમાં કાપવામાં આવે તો તે આકૃતિ (2)માં દર્શાવ્યા અનુસાર રૂપ ધારણ કરશે.



આકૃતિ–(1)

હવે આ સ્ફટિકમાંથી એક તકતી એવી રીતે કાપવામાં આવે છે કે જેથી તકતીની લંબાઈ l કોઈ એક વિદ્યુત–અક્ષને લંબ રહે. આવી એક તકતી *abcd* આકૃતિ (2)માં દર્શાવેલી છે. આ તકતીની લંબાઈ l, વિદ્યુત–અક્ષ $E_1 E_1$ને લંબ છે. આ તકતીની પહોળાઈ e તથા જાડાઈ t છે.



આકૃતિ–(2)

હવે જો આવી તકતીની જાડાઈને સમાંતર દિશામાં વિદ્યુતક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવે તો તકતીની લંબાઈમાં વધારો થાય છે, અને તકતીની જાડાઈમાં ઘટાડો થાય છે. અત્રે લંબાઈમાં અને જાડાઈમાં ઉદ્‌ભવતી વિકૃતિ એવી હોય છે કે જેથી તકતીના કુલ કદમાં કશો ફેરફાર થતો નથી.

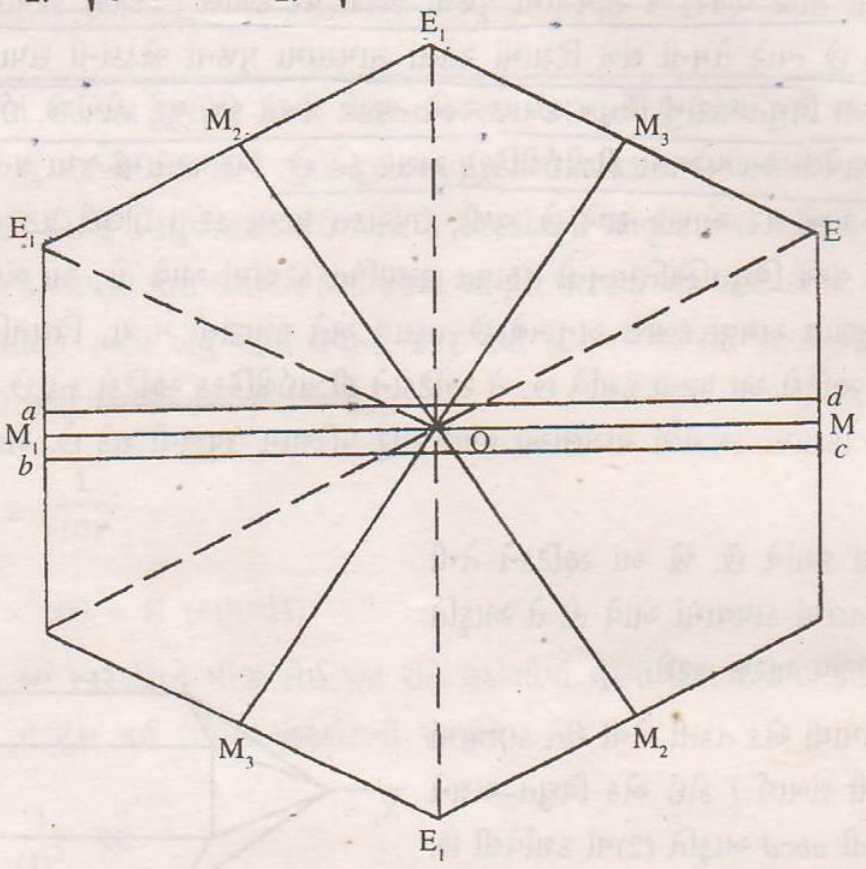
અત્રે E_1E_1 અને E_2E_2 અને E_3E_3ને વિદ્યુત–અક્ષો કહે છે.

- **સ્ફટિકની તકતીનાં પ્રણોદિત કંપનો :**

તકતીની જાડાઈને સમાંતર દિશામાં પ્રત્યાવર્તી વિદ્યુતસ્થિતિમાન લગાડવામાં આવે તો તકતીની લંબાઈમાં અને જાડાઈમાં વિદ્યુતસ્થિતિમાનની આવૃત્તિ અને માન અનુસાર વધારોઘટાડો થયા કરે છે. એટલે કે તકતીમાં યાંત્રિક દોલનો

ઉત્પન્ન થાય છે. જો આ સ્થિતિમાં લગાડેલા વિદ્યુતસ્થિતિમાનની આવૃત્તિ તકતીની લંબાઈ અથવા જાડાઈના દોલનોની કોઈ પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ બરાબર હોય, તો તકતીમાં ઉત્પન્ન થતાં દોલનો મોટાં કંપવિસ્તારવાળાં બને છે, અહીં તકતીની લંબાઈ અને જાડાઈને અનુલક્ષીને થતાં દોલનોની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિઓ અનુક્રમે નીચેનાં સૂત્રો દ્વારા આપી શકાય છે.

$$N = \frac{p}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}} \quad \text{અથવા} \quad \frac{p}{2t}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$



આકૃતિ – 3

અહીં $p = 1, 2, 3$ .....વગેરે છે. l અને t અનુક્રમે તકતીની લંબાઈ અને જાડાઈ દર્શાવે છે. E સંબંધિત દિશામાંનો તકતીનો યંગનો સ્થિતિસ્થાપકતા અંક તથા તકતીના દ્રવ્યની ઘનતા છે. ક્વાર્ટ્ઝ માટે,

$$= \sqrt{\frac{E}{\varrho}} = 5.5 \times 10^5 \text{ સેમી/સે.}$$

આથી ક્વાર્ટ્ઝની 2 સેમી. લંબાઈવાળી અને 0.5 સેમી. જાડાઈવાળી તકતી માટે પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ

$$= \frac{1}{2\times5} \times 5.5 \times 10^5$$

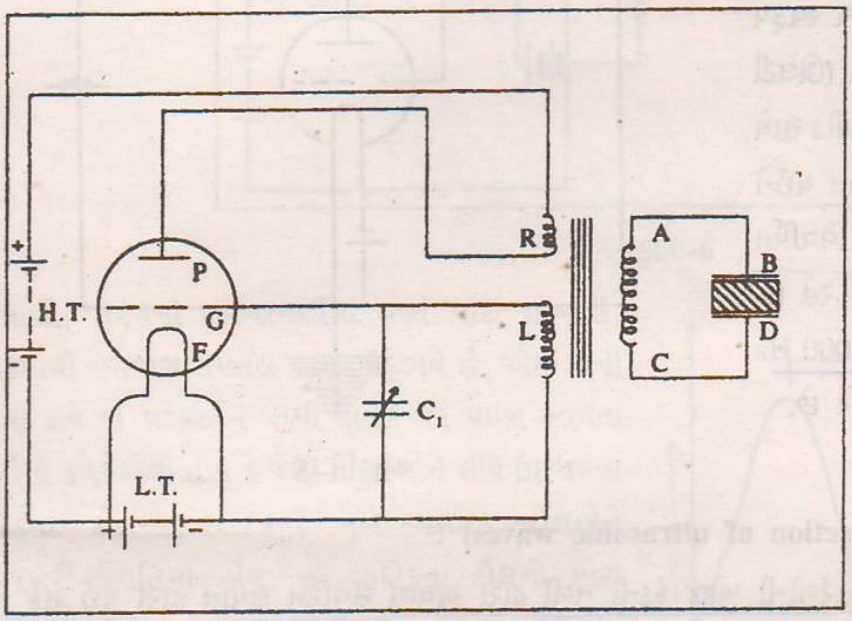
$$= 5.2 \times 10^4 \text{ હર્ટ્ઝ}$$

અને $\frac{1}{2\times0.5} \times 5.5 \times 10^5 = 5.5 \times 10^5$ હર્ટ્ઝ

હવે જો આટલી આવૃત્તિવાળા એ.સી. વિદ્યુતસ્થિતિમાનો લગાડવામાં આવે તો અલ્ટ્રાસોનિક ઉત્પન્ન કરી શકાય.

● **ફીઝોઇલેક્ટ્રિક દોલક :**

ફીઝો ઇલેક્ટ્રિક દોલકનો ઉપયોગ કરી **લેન્જેવીને** સૌ પ્રથમ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો 1917માં ઉત્પન્ન કર્યા. આ રીતમાં એ.સી. વિદ્યુતસ્થિતિમાન મેળવવા માટે ટ્રાન્ઝિસ્ટરનો દોલક તરીકે ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આકૃતિ (4)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ફીઝો ઇલેક્ટ્રિક સ્ફટિકમાંથી ઉપર જણાવ્યા અનુસાર યોગ્ય રીતે કાપેલી તકતીને ધાતુની બે વાહક પતરીઓ વચ્ચે મૂકવામાં આવે છે. આમ કરતાં બનતી રચના, જેમાં ડાયઇલેક્ટ્રિક તરીકે સ્ફટિક હોય તેવો કેપેસીટર બને છે. આ કેપેસીટરની બંને પતરીઓને એક ગૂંચળા સાથે જોડવામાં આવે છે. આ પ્રેરણાત્મક રીતે (Inductively) એક બીજા ગૂંચળા સાથે જોડાયેલું હોય છે. બીજું ગૂંચળું ટ્રાન્ઝિસ્ટરના દોલિત વિદ્યુતપરિપથમાં આવેલું હોય છે.



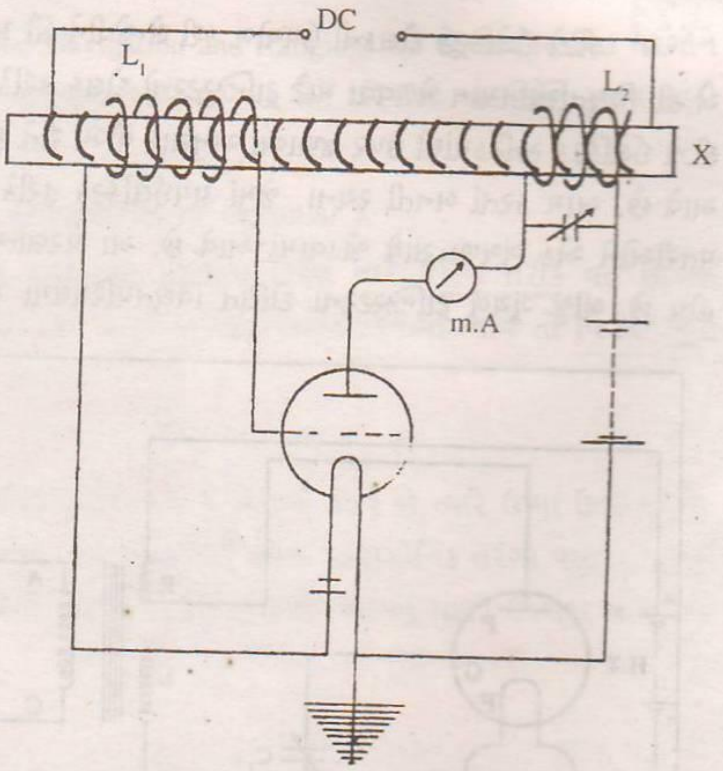
આકૃતિ–4

જ્યારે ટ્રાન્ઝિસ્ટરના વિદ્યુતપરિપથના દોલનોની આવૃત્તિ સ્ફટિકની તકતીના દોલનોની પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ જેટલી થાય છે ત્યારે અનુનાદ થવાથી અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો ઉત્પન્ન કરી શકાય છે. ટ્રાન્ઝિસ્ટરના વિદ્યુતપરિપથમાં ચલિત કેપેસીટર C_1ની મદદથી આવૃત્તિ બદલાવી શકાય છે અને ઇચ્છિત આવૃત્તિ મેળવી શકાય છે. યોગ્ય કદના સ્ફટિકની મદદથી લગભગ 54000ના ક્રમની આવૃત્તિ ધરાવતા અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો ઉત્પન્ન કરી શકાય છે.

3. મેગ્નેટોસ્ટ્રીક્શન ઘટના :

આ ઘટનાની મદદથી ઉચ્ચ આવૃત્તિવાળા સંગત તરંગો ઉત્પન્ન કરી શકાય છે. ઈ.સ. 1847માં જૂલે દર્શાવ્યું કે જ્યારે કોઈ ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થ (જેવાં કે લોખંડ, નિકલ)ના સળિયાની લંબાઈને સમાંતર દિશામાં પ્રબળ ચુંબકીય ક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવે છે ત્યારે સળિયાની લંબાઈમાં વધારો થાય છે. લંબાઈમાં થતો આ વધારો ચુંબકીય ક્ષેત્રના માનના સમપ્રમાણમાં હોય છે. બીજા કોઈપણ ફેરોમેગ્નેટિક પદાર્થના સળિયાની લંબાઈમાં થતા વધારા કરતાં નિકલના સળિયાની લંબાઈમાં થતો વધારો વિશેષ હોય છે. આ ઘટનાને **મેગ્નેટોસ્ટ્રીક્શન** કહે છે. હવે જો સળિયાને, તેની લંબાઈને સમાંતર એવા દોલિત ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે તો તેની લંબાઈમાં દોલિત રીતે (oscillatory manner) વધારોઘટાડો થાય છે અથવા તો સળિયામાં સંગત દોલનો ઉત્પન્ન થાય છે. લંબાઈના આ વધારાઘટાડાની આવૃત્તિ, લગાડેલા ચુંબકીય ક્ષેત્રની આવૃત્તિ કરતાં બમણી હોય છે. આમ છતાં, જો સળિયાને પ્રથમ કોઈ યોગ્ય મૂલ્યના સ્થિર ચુંબકીય ક્ષેત્રમાં મૂકવામાં આવે, અને પછી તેના પર દોલિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવે તો સળિયાનાં દોલનોની આવૃત્તિ બરાબર ચુંબકીય ક્ષેત્રની આવૃત્તિ જેટલી જ હોય છે. જુઓ આકૃતિ (5). પણ, અનુનાદ તો ત્યારે જ થઈ શકે જ્યારે દોલિત ચુંબકીય ક્ષેત્રની આવૃત્તિ સળિયાનાં કંપનોની કોઈ એક પ્રાકૃતિક આવૃત્તિ બરાબર હોય. યોગ્ય આવૃત્તિવાળા ચુંબકીય ક્ષેત્રથી સળિયાને પ્રણોદિત કંપનો કરાવી અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો ઉત્પન્ન કરી શકાય. સળિયાનાં દોલનો નીચે સમજાવ્યા અનુસાર જાળવી રાખવામાં આવે છે.

સ્થિર ચુંબકીય ક્ષેત્ર ધ્રુવક તરીકે કાર્ય કરે છે. (polarising magnetic field) ગૂંચળા L_2માંથી પસાર થતા એનોડ વિદ્યુતપ્રવાહનાં દોલનોને કારણે દોલિત ચુંબકીય ક્ષેત્ર સળિયાની લંબાઈમાં સમાંતર દિશામાં રચાય છે. આને પરિણામે સળિયાની લંબાઈમાં ફેરફારો થાય છે. પણ સળિયાની લંબાઈમાં થતા આ ફેરફારને કારણે ગ્રીડ–પરિપથમાં જોડેલા ગૂંચળા L_1 સાથે સંકળાયેલ ફ્લક્સમાં ફેરફાર થાય છે. પરિણામ સ્વરૂપ L_1માં પ્રેરિત વિદ્યુતચાલકબળ ઉત્પન્ન થાય છે. (ઊલટી મેગ્નેટોસ્ટ્રીક્શન અસર). આ વિદ્યુતચાલકબળ ગ્રીડ સાથે સંકળાયેલો હોવાથી તે પ્લેટ પરિપથમાં વિવર્ધિત થઈને મળે છે. અને L_2માં વિદ્યુતપ્રવાહની વધઘટ પણ વિવર્ધિત બને છે. આ રીતે સળિયાનાં દોલનો જળવાઈ રહે છે. 10 સેમી. લાંબો નિકલનો સળિયો આશરે 25,000 Hz આવૃત્તિવાળાં અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો ઉત્પન્ન કરે છે.



આકૃતિ–5

4. અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની ખોજ (Detection of ultrasonic waves) :

ઓછી આવૃત્તિવાળા અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની ખોજ કુંડની નળી દ્વારા અથવા સંવેદિત જ્યોત દ્વારા થઈ શકે છે. પ્રવાહી માધ્યમમાં ગતિ કરતા અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની ખોજ કરવા સારું પણ કુંડની નળી વપરાય છે. પ્રવાહીનો ઉપયોગ કરતી વેળા લાઇકોપોડિયમ પાઉડરને બદલે કુંડની નળીમાં સામાન્ય રીતે હવામુક્ત રેતી વપરાય છે.

અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની વધારે સારી ખોજ, ઉષ્માખોજક (Thermal detector) દ્વારા થઈ શકે છે. નિષ્પંદ બિંદુ પાસેથી એક પછી એક પસાર થતાં સંઘનનો અને વિઘનનોના કારણે નિષ્પંદ બિંદુ પાસેનું માધ્યમ ગરમઠંડું થયા કરે છે. પરિણામ સ્વરૂપ ત્યાં રાખેલા પ્લેટીનમના તારના અવરોધમાં વધારોઘટાડો થયા કરે છે. આ અવરોધનો વધારોઘટાડો વ્હીસ્ટનબ્રિજની મદદથી માપી શકાય છે.

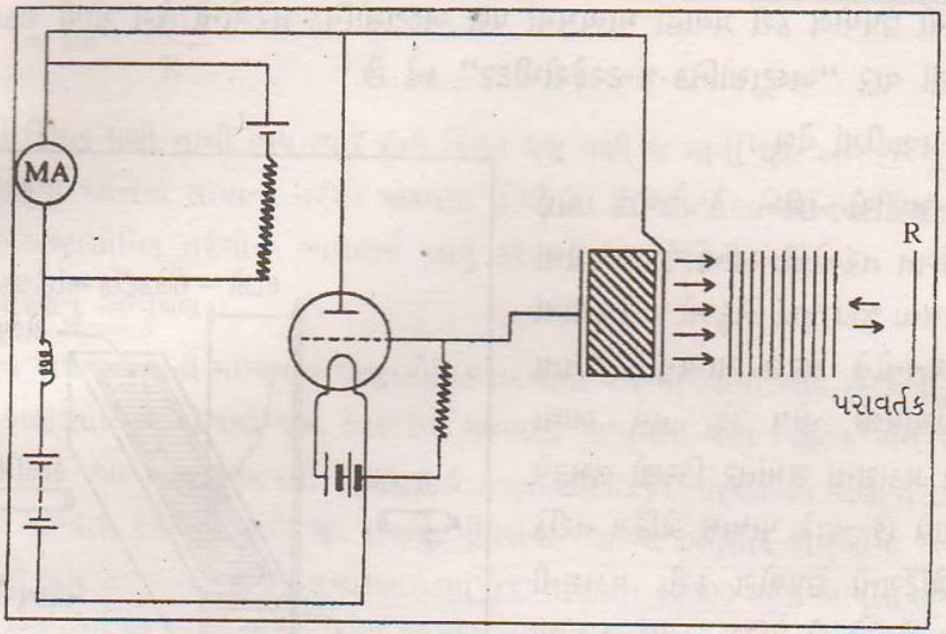
જ્યારે અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોને ક્વાર્ટ્ઝના સ્ફટિક પર આપાત થવા દેવામાં આવે છે ત્યારે અગાઉ સમજાવ્યા અનુસાર તેનાં સામસામાં બે પૃષ્ઠો પર વિદ્યુતભાર જમા થાય છે. વિદ્યુતભારોની મદદથી પણ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની ખોજ થઈ શકે છે.

5. અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોના ઉપયોગો : 08(3)

(1) પ્રવાહી અને વાયુઓમાં વેગ :

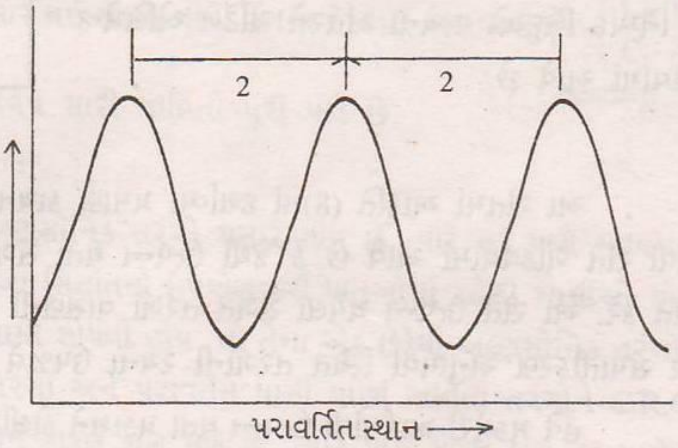
પીયર્સે અને બીજાઓએ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોનો વેગ માપવા માટે સ્થિતતરંગની રીતનો ઉપયોગ કર્યો છે.

આકૃતિ. (6)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ફીઝોઇલેક્ટ્રિક દોલનમાંથી ઉત્પન્ન થયેલા તરંગોને, તેની સામે રાખવામાં આવેલા એક સમતલ પરાવર્તક પરથી પરાવર્તિત કરવામાં આવે છે. આમ આપાત તરંગ અને પરાવર્તિત તરંગોના સંપાતીકરણને પરિણામે સ્થિત તરંગોની રચના તૈયાર થાય છે. અહીં અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો ઉત્પન્ન કરતા સ્ફટિકના



આકૃતિ–6

પરિમાણો, તરંગની સરખામણીમાં ઘણાં મોટાં હોવાથી, દોલકમાંથી લગભગ સમતલ તરંગો ઉદ્ભવે છે, એમ માની શકાય. હવે જો પરાવર્તન પામી દોલક પર પાછા આવતા તરંગોની કળા એવી હોય કે જેથી તે તરંગોને લીધે ઉદ્ભવતા સ્ફટિકનાં દોલનો સ્ફટિકનાં મૂળ યાંત્રિક દોલનોને સહાયકારી સ્થિતિમાં હોય, તો સ્ફટિકના દોલનો મોટા કંપવિસ્તારવાળાં બને છે અને એનોડ વિદ્યુતપરિપથમાં રાખેલું માઇક્રોએમીટર મહત્તમ વિદ્યુતપ્રવાહ દર્શાવે છે. માઇક્રોએમીટરની સમાંતર જોડેલા વિદ્યુતકોષ અને પોટેન્શિયોમીટરથી સાધનની સંવેદિતતા વધારી શકાય છે.



આકૃતિ – 7

હવે સ્ફટિકનાં મૂળ યાંત્રિક દોલનો અને પરાવર્તન પામી પાછા ફરતા તરંગોનાં દોલનો એકબીજાને સહાયકર્તા સ્થિતિમાં ત્યારે હશે કે જ્યારે તેમની વચ્ચેનો પથ તફાવત $n\lambda$ હોય. હવે જો પરાવર્તકને $\frac{\lambda}{2}$ જેટલું અંતર ખસેડવામાં આવે તો પથ તફાવતમાં λ જેટલો ફરક પડતાં ફરી વાર મહત્તમની શરત પળાય છે અને બીજું મહત્તમ પ્રાપ્ત થાય છે. પરાવર્તકનું સ્થાન અને માઇક્રોએમીટરનાં અવલોકનોનો આલેખ આકૃતિ (7)માં દર્શાવેલ છે.

હવે ઉત્પન્ન થતા તરંગોની આવૃત્તિ, જેવી રીતે રેડિયો વિદ્યુતપરિપથની બાબતમાં કરવામાં આવે છે, તેમ "વેવમીટર"ની મદદથી શોધી કાઢવામાં આવે છે, અને $v = n\lambda$ સૂત્રનો ઉપયોગ કરી વેગ શોધી કઢાય છે. પીયર્સે મેળવેલાં પરિણામો નમૂના તરીકે પેશ કર્યા છે.

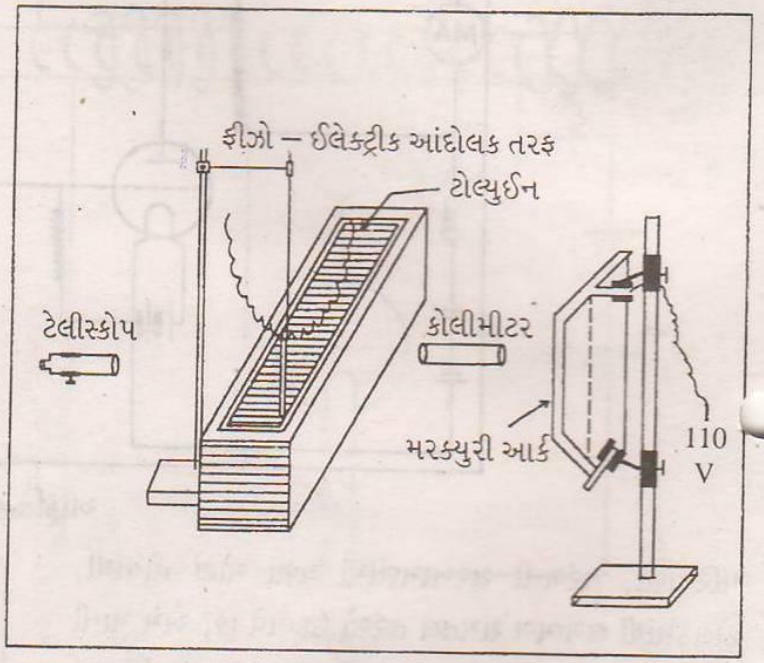
0°C તાપમાને હવામાં વેગ

n = 1000 દોલન/સે.	v = 331.94 મીટર/સે.
$n = 5 \times 10^4$ "	v = 332.47 "
$n = 1.5 \times 10^6$ "	v = 331.64 "

આ રીતનો ઉપયોગ કરી પ્રવાહી માધ્યમમાં પણ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોનો વેગ શોધી શકાય છે. ઉપર વર્ણવેલી આખી રચનાને ઘણી વાર **"અલ્ટ્રાસોનિક ઈન્ટરફેરોમીટર"** કહે છે.

(2) ધ્વનિનો પ્રવાહીમાં વેગ :

આપણે જાણીએ છીએ કે જ્યારે કોઈ માધ્યમમાં સ્થિત સંગત તરંગોની રચના ઉપજાવવામાં આવે છે ત્યારે માધ્યમનાં જુદાં જુદાં બિંદુઓ પાસે રચાતાં સંઘનનો અને વિઘનનોને કારણે માધ્યમની ઘનતા ચોક્કસ રીતે વહેંચાયેલી હોય છે. હવે આવા માધ્યમમાંથી જ્યારે પ્રકાશનાં સમાંતર કિરણો લંબરૂપે પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે માધ્યમ ગ્રેટિંગ તરીકે વર્તે છે. આવા ગ્રેટિંગનો ઉપયોગ કરી, પ્રકાશની તરંગલંબાઈ જાણતા હોઈએ તો ગ્રેટિંગ એલીમેન્ટ શોધી શકાય છે. સ્થિત સંગત તરંગો માટે અનુક્રમે આવતાં બે નિષ્પંદ બિંદુઓ વચ્ચેના અંતરને **ગ્રેટિંગ એલિમેન્ટ** કહેવામાં આવે છે.



આકૃતિ – 8

આ રીતમાં આકૃતિ (8)માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે કાચના એક લંબચોરસ વાસણમાં ફીઝોઇલેક્ટ્રિક દોલકના સ્ફટિકને એવી રીતે ગોઠવવામાં આવે છે કે જેથી ઉત્પન્ન થતા સંગત અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો વાસણની લંબાઈને સમાંતર દિશામાં ગતિ કરે. આ રીતે ઉત્પન્ન થયેલા સંગત તરંગો વાસણની સામેની દીવાલ પરથી પરાવર્તન પામી, આપાત થતા તરંગો પર સંપાતીકરણ અનુભવી સ્થિત તરંગોની રચના ઉપજાવે છે.

હવે મર્ક્યુરી આર્કમાંથી ઉત્પન્ન થતા પ્રકાશને કોલીમીટર વડે સમાંતર કરી આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે અલ્ટ્રાસોનિક ગ્રેટિંગમાંથી પસાર કરવામાં આવે, દૂરબીનમાં જુદા જુદા ખૂણે જુદા જુદા ક્રમના પારાના વર્ણપટો જોઈ શકાય છે. હવે,

$$N\lambda_m = d \sin \theta$$

અહીં d = ગ્રેટિંગ એલિમેન્ટ = અલ્ટ્રાસોનિક તરંગલંબાઈ λ. λ_m = મર્ક્યુરી આર્કની કોઈ એક વર્ણપટની રેખાની તરંગલંબાઈ છે.

ઉપરોક્ત સૂત્રમાં જો λ_m જાણતા હોઈએ તો dની કિંમત, એટલે કે અલ્ટ્રાસોનિક તરંગની તરંગલંબાઈ શોધી શકાય છે. વળી અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની આવૃત્તિ "વેવ મીટર"થી માપી શકાય છે. આમ, અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની તરંગલંબાઈ અને આવૃત્તિ નક્કી કરવાથી, $v = n\lambda$ સૂત્ર પરથી તેનો પ્રવાહીમાં વેગ શોધી શકાય છે.

(3) અલ્ટ્રાસોનિક્સનો ચેતવણીદર્શક (signal) તરીકે ઉપયોગ :

સામાન્ય ધ્વનિના તરંગોની આવૃત્તિ કરતાં અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની આવૃત્તિ ઘણી વધારે હોવાથી તે ખૂબ જ શક્તિશાળી હોય છે. આથી આવા તરંગોને ઘણાં લાંબાં અંતરો સુધી તીક્ષ્ણ કિરણના સ્વરૂપમાં મોકલી શકાય છે. જો ફીઝોઇલેક્ટ્રિક દોલકમાં ક્વાર્ટ્ઝની r ત્રિજ્યાની તકતી વાપરવામાં આવે તો, ઉત્પન્ન થયેલા તરંગો θ જેટલો કોણ ધરાવતા શંકુમાં રહેલી દિશાઓમાં પ્રસરણ પામશે. અહીં,

$$\theta = \sin^{-1} \frac{0.61\lambda}{R}$$

જ્યારે λની કિંમત ઘણી નાની હોય ત્યારે θની કિંમત પણ ઘણી જ નાની થશે અને કિરણ ઘણું જ તીક્ષ્ણ હશે. જો આટલા જ અંતર સુધી ધ્વનિના સામાન્ય તરંગો મોકલવા હોય, તો ધ્વનિઉત્પાદક સ્થાનનો કંપવિસ્તાર ખૂબ જ મોટો રાખવો પડે છે, પણ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોની બાબતમાં આવું કરવાની જરૂર રહેતી નથી.

(4) દ્રવ્યના બંધારણનું અન્વેષણ :

આ માટે ઘન અથવા પ્રવાહી માધ્યમમાં અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોનો વેગ માપવામાં આવે છે. વળી, સાથે સાથે આવૃત્તિ અને તાપમાન સાથે અલ્ટ્રાસોનિક્સ વેગમાં થતા ફેરફારનો અભ્યાસ માધ્યમના ઘણા ભૌતિક અને રાસાયણિક ગુણધર્મો વિષે માહિતી પૂરી પાડે છે. આ રીત માધ્યમની દાબકતા (compressibility), શોષણઅંક રાસાયણિક બંધારણ, ઘનતા, વિશિષ્ટ ઉષ્મા વગેરેનો અભ્યાસ કરી શકાય છે. **જી. ડબલ્યુ. પીયર્સન**ના જણાવ્યા અનુસાર વાયુઓમાં અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોનો વેગ આવૃત્તિ સાથે વધતો જાય છે. દા.ત., કાર્બન ડાયોક્સાઇડમાં 0°C તાપમાને 42000 હર્ટઝ આવૃત્તિવાળા અલ્ટ્રાસોનિક્સનો વેગ 258.52 મીટર/સેકન્ડ હોય છે જ્યારે 2,00,000 આવૃત્તિ વખતે વેગ 260.15 મીટર/સેકન્ડ થાય છે. ઘણી જ ઊંચી આવૃત્તિવાળા અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો કાર્બન ડાયોક્સાઇડમાંથી પસાર થઈ શકતા નથી. વેગના ફેરફારો જાણવાથી $\gamma = \left(\frac{C_P}{C_v}\right)$ના ફેરફારો જાણી શકાય. ગુણોત્તર γ વાયુઓના અણુબંધારણ વિષે સારી માહિતી પૂરી પાડે છે.

(5) ધાતુઓમાં ખામીઓ (તડ, ફાટ વગેરે)નું અન્વેષણ :

ખૂબ જ ઝીણી તડ અથવા ફાટવાળી ધાતુમાંથી અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો પસાર થાય છે ત્યારે તડ પાસે માધ્યમનો એકાએક ફેરફાર થવાથી તેમનું થોડું પરાવર્તન પણ થાય છે, આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી ધાતુઓમાં રહેલી ખામીઓ શોધી કાઢવામાં આવે છે. દા.ત., લોખંડના મોટા સળિયામાં રહેલી ખામી શોધવી હોય, તો તેના એક છેડેથી અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોને બીજા છેડા તરફ મોકલવામાં આવે છે. મોકલવામાં આવતા તરંગો અને પરાવર્તન પામી પાછાં આવતા તરંગોને C.R.O. પર નોંધવામાં આવે છે. C.R.O પર પ્રથમ મોકલાયેલા તરંગોને કારણે શૃંગ મળે છે, ત્યાર પછી મળતું શૃંગ તડ પાસેના પરાવર્તિત તરંગોને કારણે અને ત્યાર પછી સળિયાના બીજા છેડા પાસે થતા પરાવર્તનને કારણે શૃંગ રચાય છે. આ શૃંગો વચ્ચેના ગાળા (intervals) પરથી ખામીનું સ્થાન નિશ્ચિત કરી શકાય છે.

(6) સમુદ્રનાં પાણીની ઊંડાઈની માપણી : (echo sounding system)

સમુદ્રનાં પાણીમાં ઊંડાઈ માપવા માટે કે તળાવોની ઊંડાઈ માપવા માટે વપરાતી પદ્ધતિને "depth sounding" કહે છે. ઘણાં વર્ષો સુધી આ પદ્ધતિમાં, ઊંડાઈ માપવા માટે હવા ભરેલી બંધ નળી વાપરીને પાણીની ઊંડાઈ નક્કી કરી શકાતી. આમ છતાં ઘણે ઊંડે પાણીના પ્રવાહો પણ અવલોકનો પર અસર ઉપજાવતા હોવાથી બહુ જ વિશ્વાસપાત્ર પરિણામો મળી શકતાં ન હતાં. ઊંડો પાણીમાં ધ્વનિતરંગોના સંકેતો મોકલીને આ મુશ્કેલી દૂર કરી શકાય છે. ધ્વનિના તરંગોને સપાટીથી તળિયા સુધી જતાં અને તળિયા પાસેથી પરાવર્તન પામી પાછા સપાટી પર આવતાં લાગતા સમયને માપવાથી ઊંડાઈ જાણી શકાય છે. સમુદ્રમાં જુદી જુદી ઊંડાઈએ પાણીનું તાપમાન તથા ક્ષારનું પ્રમાણ જુદું જુદું હોય છે. આથી ધ્વનિના વેગ માટે નીચેનું સૂત્ર વાપરવામાં આવે છે.

$$v = 1410 + 4.21t - 0.037t^2 + 1.14s \text{ મીટર/સે.}$$

આ સૂત્રમાં t તાપમાન દર્શાવે છે અને s ક્ષારનું પ્રમાણ દર્શાવે છે. સમય માપવાની જુદી જુદી પદ્ધતિ અનુસાર જુદા જુદા પ્રકારની (echo sounding system) બનાવવામાં આવી છે.

(7) સમુદ્રમાં સબમરીનો, હિમશીલાઓ અને બીજી વસ્તુઓની તપાસ :

આ હેતુ માટે વપરાતી પદ્ધતિને SONAR (Sound Navigation and Ranging) કહે છે. અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોને જુદી જુદી દિશામાંથી પરાવર્તન કરી પાછા વળતા તરંગોને નોંધવામાં આવે છે. આ રીતે દરિયામાં અડચણોનું સ્થાન નક્કી કરી શકાય છે.

(8) સ્ફટિકોની સ્થિતિસ્થાપકીય સમાંગતા (Elastic symmetries of crystals) :

અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો પસાર કરતાં સ્ફટિકો અને પ્રવાહીઓ પ્રકાશના કિરણ માટે ગ્રેટિંગ તરીકે વર્તે છે. જો વિષમદિગ્ધર્મી સ્ફટિકમાંથી અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો પસાર કરી તેનો ગ્રેટિંગ તરીકે ઉપયોગ કરવામાં આવે તો વિવર્તનભાત પરથી સ્ફટિકના સ્થિતિસ્થાપકતા અંકો નક્કી કરી શકાય છે.

(9) ઉષ્માની અસર :

જ્યારે કોઈ પદાર્થમાંથી ખૂબ જ પ્રબળ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે ઉષ્મા ઉત્પન્ન થાય છે. 0°C તાપમાનવાળા પાણીની સપાટી પર બરફ તરતો હોય તેવા પાણીમાંથી પ્રબળ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો પસાર કરવાથી પાણીને ઉકાળી શકાય. જેટલા ભાગમાંથી અલ્ટ્રાસોનિક તરંગો પસાર થયા હોય તેટલા ભાગનું પાણી ઉકળવા લાગે પણ સપાટી પરનો બરફ તો તેમનો તેમ જ રહે છે.

(10) યાંત્રિક અસર :

જેટલી સહેલાઈથી છરી માખણમાં ઊતરી જાય તેટલી જ સહેલાઈથી અલ્ટ્રાસોનિક આવૃત્તિથી કંપન કરતો કાચનો સળિયો લોખંડના ટુકડામાં ઘૂસી જાય છે. આમ, અલ્ટ્રાસોનિક્સનો ઉપયોગ સખતમાં સખત ધાતુઓમાં કાણાં પાડવા માટે થાય છે. ખૂબ જ ચોકસાઈવાળાં યાંત્રિક સાધનોમાંથી કચરો અને તેલીય પદાર્થોનો બિનજરૂરી જમાવ દૂર કરવા માટે પણ અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોનો ઉપયોગ થાય છે. કપડાં ધોવા માટે પણ અલ્ટ્રાસોનિક્સનો ઉપયોગ સફળતાપૂર્વક કરાયો છે.

(11) મુલાર્ડ સોલ્ડરિંગ આયર્ન :

આ સળિયામાં વિદ્યુતપ્રવાહ ઉપરાંત અલ્ટ્રાસોનિક્સનો પણ ઉપયોગ થાય છે. અલ્ટ્રાસોનિક્સના કારણે ઓક્સાઇડની પતરીઓ દૂર થઈ જાય છે અને સંધાણ કરવું સહેલું પડે છે.

(12) કેવીટેશન :

વુડ અને લુમિસે 1927માં દર્શાવ્યું કે જ્યારે પાણીમાંથી પ્રબળ અલ્ટ્રાસોનિક પસાર કરવામાં આવે છે ત્યારે વિઘનનની ઘટના દરમિયાન પાણીના કણો એકબીજાથી જુદા પડે છે અને પાણીમાં ભંગાણ ઉત્પન્ન થઈ બખોલ રચાય છે. આ ઘટનાને **"કેવીટેશન"** કહે છે. જ્યારે બખોલ ભાંગી પડે છે ત્યારે ખૂબ જ મોટું દબાણ ઉત્પન્ન થાય છે. જો પ્રવાહી એકબીજા સાથે મિશ્ર ન થઈ શકે તેવાં જુદાં જુદાં પ્રવાહીઓના મિશ્રણરૂપે રહેલું હોય, તો આ દબાણ વેળા એક પ્રવાહીનાં નાનાં નાનાં બિંદુઓ ખૂબ જ મોટા બળથી બીજા પ્રવાહીમાં ફેંકાય છે અને ઇમલ્ઝન (રગડો) તૈયાર થાય છે. આમ ફોટોગ્રાફીની પ્લેટ્સ માટે ઇમલ્ઝનો તૈયાર કરવામાં અલ્ટ્રાસોનિક્સનો પ્રયોગ કરી શકાય.

(13) પ્રમાણમાં નબળા અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોથી જો પ્રવાહીના કણોને ઉછાળવામાં આવે તો તેવા કણો એકબીજાની નજીક આવી એકબીજાને ચોંટી શકે છે.

(14) મિશ્ર ધાતુઓની બનાવટમાં :

મિશ્ર ધાતુઓની ઘટક ધાતુઓના એકરૂપ મિશ્રણ માટે અલ્ટ્રાસોનિક તરંગોનો ઉપયોગ થાય છે.

(15) રક્તવિજ્ઞાન વાહકાય માટે :- મગજના ઓપરેશનમાં અમેરિકન ડોક્ટરો અલ્ટ્રાસોનિકસનો ઉપયોગ કરે છે.

(16) માખી, મચ્છર વગેરે જીવજંતુઓ પણ અલ્ટ્રાસોનિકસની મદદ વડે મારી શકાય છે.

—×—